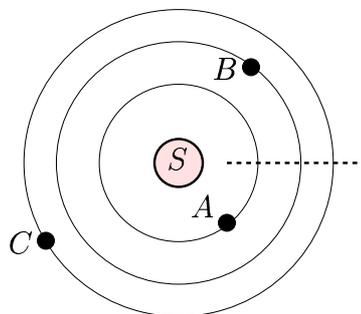


Aufgabe 1:**5 Punkte**

Es sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender bipartiter ebener Graph mit mindestens 7 Knoten und $d(v) \geq 3$ für alle $v \in V$. Beweise, dass es höchstens $|V| - 7$ Knoten mit Grad größer oder gleich 4 gibt.

Aufgabe 2:**5 Punkte**

Drei Planeten A , B und C umkreisen eine gemeinsame Sonne S (siehe Skizze). Planet A benötigt für einen Umlauf exakt 4 Jahre, Planet B exakt 21 Jahre und Planet C exakt 25 Jahre. Es wurde beobachtet, dass die Planeten A und B die gestrichelte Linie dieses Jahr überqueren und Planet C die gestrichelte Linie übernächstes Jahr überqueren wird. In wievielen Jahren werden alle drei Planeten zum nächsten Mal innerhalb eines Kalenderjahres die gestrichelte Linie überqueren? Wann ist dieses Ereignis in der Vergangenheit zum letzten Mal eingetreten?

**Aufgabe 3:****1+2+1 Punkte**

Gegeben sei der RSA-Code mit $m = 133$ und $e = 113$.

- Bestimme $\varphi(133)$.
 - Verschlüssele $x = 3$.
 - Bestimme den geheimen Schlüssel d . (*Hinweis:* $65 \cdot 5 - 3 \cdot 108 = 1$)
-

Aufgabe 4:**3+2 Punkte**

Es sei $f(x) = x^3 + x^2 + x + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$.

- Bestimme die Anzahl der Elemente von $\mathbb{Z}_3(f)$ und beweise, dass $\mathbb{Z}_3(f)$ mit der Multiplikation modulo f ein Körper ist. (*Hinweis:* Zeige, dass f irreduzibel ist.)
 - Bestimme mit Hilfe des euklidischen Algorithmus das Inverse von $x^2 + 2$ bezüglich der Multiplikation in $\mathbb{Z}_3(f)$.
-

Aufgabe 5:**2+1+2 Punkte**

Es sei der Code $C := \{b_1 b_2 \dots b_n \mid b_1 + b_2 + \dots + b_n = 0\} \subseteq B^n$ gegeben.

- Zeige, dass C linear ist.
- Zeige, dass C zyklisch ist.
- Zeige, dass C Hamming-Abstand 2 hat.