Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 – Mathematik / Sekr. MA 7-5
Prof. Dr. M. Scheutzow
Alexander Schwartz

Sommersemester 1999

Prüfungsklausur
"Diskrete und strukturelle Mathematik für Informatiker"

Name: ....

Vorname: ....

Matr.-Nr.: ....

☐ FB 13 ☐ Sonstige:....................

Mit dem Aushang des Klausurergebnisses nur mit der Matrikelnummer am Anschlagbrett beim ***MA 773*** *bin ich einverstanden.*

Die Klausur ist mit 10 von 20 Punkten bestanden.
Alle Antworten müssen begründet werden. Dabei dürfen Ergebnisse aus dem Skript und von den Übungsblättern benutzt werden.
Alle Blätter sind mit *Namen* zu versehen. Abzugeben sind die Lösungen in *Reinschrift* mit allen *Nebenrechnungen* auf DIN A4-Blättern, sowie diesem Blatt als Deckblatt.
Mit *Bleistift* oder *in rot* geschriebene Klausuren werden als nicht bestanden gewertet.
Die Bearbeitungszeit für die Klausur ist 90 Minuten.
Erlaubte Hilfsmittel sind schriftliche Unterlagen wie Skript, Übungsblätter, persönliche Aufzeichnungen sowie Bücher. Nicht erlaubt sind Taschenrechner aller Art.

Aufgabe	Punkte	von
1		**5**
2		**4**
3		**4**
4		**4**
5		**3**
Summe		**20**

Note: ....

....
(Unterschrift des Korrektors)

1. Aufgabe: **5 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender bipartiter ebener Graph mit mindestens 4 Knoten. Zeigen Sie, daß mindestens 4 Knoten mit Grad kleiner oder gleich 5 existieren.

---

2. Aufgabe: **4 Punkte**

Untersuchen Sie für alle Polynome über $\mathbb{Z}_3$ vom Grad 2, ob sie reduzibel sind. Geben sie jeweils eine Zerlegung an oder beweisen Sie, daß keine Zerlegung existiert.

---

3. Aufgabe: **4 Punkte**

Bestimmen Sie in $\mathbb{Z}_3[x]$ den größten gemeinsamen Teiler von

$$f(x) = x^4 + x^3 + x \quad \text{und} \quad g(x) = x^3 + 2 \quad .$$

---

4. Aufgabe: **4 Punkte**

Sei C ein (n, k)-Code mit Hammingabstand 3.
Zeigen Sie folgende Eigenschaften:

(i) Für jedes Codewort $c \in C$ existieren genau n Blöcke $b \in B^n$ mit Abstand eins, d.h. $\text{dist}(c, b) = 1$.

(ii) Für jedes $b \in B^n$ existiert höchstens ein $c \in C$ mit $\text{dist}(c, b) \leq 1$.

(iii) Es gilt: $(n + 1)2^k \leq 2^n$.

---

5. Aufgabe: **3 Punkte**

Beantworten Sie die Frage, ob ein zyklischer (5,2)-Code existiert.

(Hinweis: $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ist irreduzibel über $\mathbb{Z}_2$.)