Studienberatung

Klausur

zur Vorlesung „Mathematik für Informatiker I“ WS 2000/01

M. Scheutzow \ S. John, R. Dahms 20.02.2001

Name: .... **Vorname:** ....

Matrikelnummer: ....

Tutor: ....

- Füllen Sie bitte zuerst den Kopf vollständig und leserlich aus.
- Schreiben Sie auf jedes von Ihnen benutzte Blatt Papier sofort Ihren Namen.
- Benutzen Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt.
- Am Ende der Klausur heften Sie Ihre Lösungen und Ihr Aufgabenblatt zusammen.
- Als Hilfsmittel dürfen Sie - wie angekündigt - ein beidseitig handbeschriebenes Blatt der Größe DIN A4 benutzen. Es sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen.
- Mit Bleistift geschriebene Dinge werden nicht bewertet.
- Notieren Sie die Rechenwege zu Ihren Lösungen.
- Mit 10 von 20 Punkten gilt die Klausur als bestanden.

Bewertung:

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Punkte: .... Note: ....

Unterschrift des Korrektors: ....

Einsicht und einzige Reklamationsmöglichkeit: Do., 22.02., 9^{00} – 12^{00} im MA 441.

Aufgabe 1: Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$

$$4^n \leq ((n+1)!)^2 .$$

2 Punkte

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

(a) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\sqrt{n^2+n+7} - n\right)$,

(b) $\lim\limits_{y \to 0} (1+y)^{\frac{1}{y}}$,

(c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(x^2-1)x^3 - (x^2-1)}{(x-1)(x^3-1)}$,

(d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5^n}{2^{3n}(-1)^n}$.

6 Punkte

Aufgabe 3: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und Divergenz:

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{3+10n}{11n+2}\right)^n$,

(b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{1}{n(i+1)-1} - \dfrac{1}{n(i+1)+1}\right)$.

3 Punkte

Aufgabe 4: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int\limits_0^{\pi} \sin(x) e^x \, dx$.

Hinweis: Mehrmalige partielle Integration.

(b) $\int\limits_1^2 x\sqrt{x^2-1}\, dx$.

Hinweis: Substituieren Sie $y = x^2 - 1$.

4 Punkte

Aufgabe 5: Seien $f \colon [a,b] \to \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$ eine auf $[a,b]$ stetig differenzierbare Funktion und f' deren Ableitung. Zeigen Sie

$$\int\limits_a^b \frac{f'(x)}{f(x)(1+(\ln(f(x)))^2)} dx = \arctan(\ln(f(b))) - \arctan(\ln(f(a))) .$$

Hinweis: Eine Funktion heißt stetig differenzierbar, wenn sie eine stetige Ableitung besitzt. **3 Punkte**

Aufgabe 6: Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:
Für alle Funktionen $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gilt:
Ist $|f|$ stetig, so ist auch f stetig. **2 Punkte**