Rechenaufgabe 1 — Punkte: 11

Die Saugleitung einer Kreiselpumpe besteht aus einem Saugkorb mit Fußventil ($\zeta_{k.Saugkorb}$ = 5,0), aus einer 6 m langen geraden Rohrleitung (R_z = 0,2 mm) und aus einem 90°-Gusskrümmer (DN 200).

Gegeben:	-	Rohrleitungsabmessungen	siehe Skizze
	-	Umgebungstemperatur	20°C
	-	Dampfdruck bei 20°C	0,02337mbar
	-	Gusskrümmer	$\zeta_{k.G}$ = 0,18
	-	Saugkorb mit Fußventil	$\zeta_{k.Saugkorb}$ = 5,00
	-	Volumenstrom	
	-	Geodätische Höhe der Stelle ②	z_2 = 5,0 m
	-	Rohrdurchmesser	D = 200 mm
	-	Kinematische Viskosität des Fluids	
	-	Dichte des Fluids	ρ = 1000 kg/m³
	-	Fallbeschleunigung	g = 9,81 m/s²
	-	Umgebungsdruck	p_a = 1,013 bar

Vorausgesetzt:
- Stationäre Strömung,
- Inkompressibles Fluid,
- Reibungsbehaftetes Fluid
- Pumpe saugt aus einem großen Becken an, d.h. v_1 = 0 m/s und z_1 = 0 m, $p_1 = p_a$

Gesucht:

a) Druck p2 an der Stelle 2.
b) Ist die Anlage bei den gegebenen Werten kavitationsgefährdet? Begründen Sie ihre Antwort.

a)

1. *Bernoulli von 1 nach 2* $\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{\Delta p_{j1,2}}{\rho}$ *(1P)*
2. *Umstellen nach p_2* $p_2 = p_a - \rho(\frac{\Delta p_{j1,2}}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2)$ *(0,5P)*
3. $\dot{V} = v_2 A_2$ *(0,5P)*
4. $v_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi\frac{D^2}{4}} = 1{,}9\frac{m}{s}$ *(0,5P)*
5. $\frac{\Delta p_{j1,2}}{\rho} = \sum_k \xi_k \frac{{v_k}^2}{2} + \sum_i \lambda_i \frac{L_i}{D_i}\frac{{v_{vol}}^2}{2}$ *(1P)*
6. *Aus Konti* $v_k = v_{vol} = v_2$ *(0,5P)*
7. $\frac{\Delta p_{j1,2}}{\rho} = \xi_{k.G}\frac{{v_2}^2}{2} + \xi_{k.S}\frac{{v_2}^2}{2} + \lambda\frac{L}{D}\frac{{v_2}^2}{2} = \frac{{v_2}^2}{2}(\xi_{k.G} + \xi_{k.S} + \lambda\frac{L}{D})$ *(0,5P)*
8. $Re = \frac{v_{vol}*D}{\nu} = \frac{1{,}9\frac{m}{s}*0{,}2m}{10^{-6}\frac{m^2}{s}} = 3{,}8*10^5$ *(0,5P)*

   Rautiefe $\frac{R_z}{D} = \frac{0{,}2mm}{200mm} = 10^{-3}$ *(0,5P)*

   $\lambda = 0{,}021$ *(0,5P)*
9. *Einsetzen* $\frac{\Delta p_{j1,2}}{\rho} = \frac{{v_2}^2}{2}\left(\xi_{k.G} + \xi_{k.S} + \lambda\frac{L}{D}\right) = \frac{1{,}9^2}{2}(0{,}18 + 5 + 0{,}021\frac{5}{0{,}2})$

   $\frac{\Delta p_{j1,2}}{\rho} = 10{,}3\frac{m^2}{s^2}$ *(0,5P)*
10. *In die Formel für p_2 einsetzen* $p_2 = 101300Pa - 1000\frac{kg}{m^3}(10{,}3\frac{m^2}{s^2} + \frac{1{,}9^2}{2}\frac{m^2}{s^2} + 9{,}81*5\frac{m^2}{s^2})$ *(0,5P)*

    $p_2 = 0{,}4bar$ *(1P)*

b)

1. *Auswahl der zu untersuchenden Stelle:*
   An der Stelle p_2 befindet sich die am meisten von Kavitation gefährdete Stelle, da sie die höchste Stelle ist und die Geschwindigkeit in der ganzen Anlage konstant ist. Der Druck ist dort somit am niedrigsten. *(1P)*
2. $p_2 > p_D$ *(1P)*
3. *Die Anlage ist nicht kavitationsgefährdet* *(1P)*

Rechenaufgabe 2 — Punkte: 9

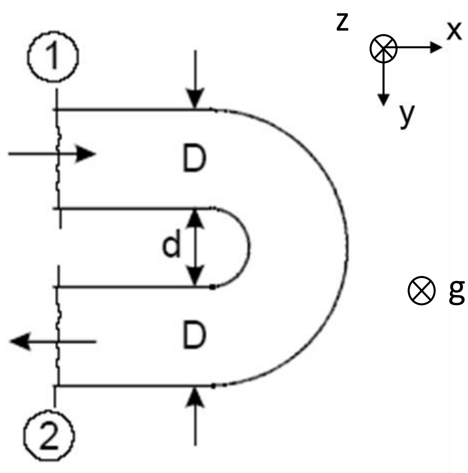
Ein mit Wasser durchströmter 180°- Rohrkrümmer wird über Flansche abgestützt.

Gegeben:

- Rohrdurchmesser	D = 30 cm
- Krümmervolumen	V = 0,2 m³
- Krümmergewichtskraft	G = 800 N
- Erdbeschleunigung	g = 9,81 m/s²
- Volumenstrom	$\dot{V}$ = 0,06 m³/s
- Dichte von Wasser	ρ = 1000 kg/m³
- Überdruck im Krümmer	p = 120 kPa

Vorausgesetzt:

- stationäre Strömung
- inkompressibles Fluid
- reibungsfreies Fluid
- Stromfadentheorie



Rohrkrümmer in Draufsicht

Gesucht:

- Berechnen Sie den Betrag der Reaktionswandkraft $\overrightarrow{R_w}$.

1. *Reaktionswandkraft* $\overrightarrow{R_w} = \overrightarrow{F_G} + (\dot{m}_1 v_1 + (p_1 - p_a)A_1)\overrightarrow{e_1} - (\dot{m}_2 v_2 + (p_2 - p_a)A_2)\overrightarrow{e_2}$ *(1P)*
2. $|\overrightarrow{R_w}| = \sqrt{{R_{wx}}^2 + {R_{wy}}^2 + {R_{wz}}^2}$ *(1P)*
3. $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{e_x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ *und* $\overrightarrow{e_2} = -\overrightarrow{e_x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ *(1P)*
4. $R_{wx} = (\dot{m}_1 v_1 + pA_1) + (\dot{m}_2 v_2 + pA_2)$ *(0,5P)*
5. *Aus Konti:* $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ *und* $v_1 = v_2$ *und* $A_1 = A_2$ *(0,5P)*
6. $R_{wx} = 2\dot{m}v + 2pA$ *(0,5P)*
7. *Einsetzen:* $R_{wx} = 2\rho\dot{V}\frac{\dot{V}}{A} + 2pA = 2\rho\frac{\dot{V}^2}{A} + 2pA$ *(1P)*

8. $R_{wx} = 2 * 1000 \frac{kg}{m^3} * \frac{4*0{,}06^2\left(\frac{m^3}{s}\right)^2}{\pi 0{,}3^2 m^2} + 2 * 150000 Pa * \frac{\pi 0{,}3^2 m^2}{4}$ *(1P)*

$R_{wx} = 2(50{,}92 N + 10602{,}88 N) = 21307{,}6\, N$ *(0,5P)*

9. $R_{wz} = F_G = G + \rho V g$ *(0,5P)*

10. *Einsetzen:* $R_{wz} = 800N + 1000 \frac{kg}{m^3} * 0{,}2 m^3 * 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 2762 N$ *(0,5P)*

11. $|\overline{R_w}| = \sqrt{(21307{,}6\, N)^2 + (0N)^2 + (2762N)^2} = 21485{,}87\, N$ *(1P)*