Rechenaufgabe 1

1)

$$W(z) = v_\infty z + v_\infty \frac{R^2}{z}$$

$$W(z) = v_\infty (rcos\varphi + irsin\varphi) + v_\infty \frac{R^2}{rcos\varphi + irsin\varphi}$$

$$W(z) = v_\infty rcos\varphi \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + i \cdot v_\infty rsin\varphi \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)$$

$$W(z) = \Phi + i \cdot \Psi$$

2)

Cauchy-Riemann-DGL in Zylinderkoordinaten

$$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \quad \text{damit folgt} \quad v_r = v_\infty \cos\varphi \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)$$

$$v_\varphi = -\frac{\partial \Psi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \quad \text{damit folgt} \quad v_\varphi = -v_\infty \sin\varphi \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right)$$

Betrachtung der Geschwindigkeit am Zylinderrand r=R

$$v_r(r = R, \varphi) = 0$$

$$v_\varphi(r = R, \varphi) = -2v_\infty \sin\varphi$$

$$\underline{v}(r = R, \varphi) = |\underline{v}| = v = 2v_\infty \sin\varphi$$

v_{max}: $\varphi = 90°$ → $v(\varphi = 90°) = 2v_\infty = 180 \frac{km}{h}$

3)

Druckkoeffizient in Abhängigkeit vom Zentriwinkel bei r=R

Druckkoeffizient: $c_p = \dfrac{p - p_\infty}{\frac{\circ}{2} v_\infty^2}$

Bernoulli von ∞. → Hallendach (Hallenoberfläche)

$$\frac{p_\infty}{\circ} + \frac{v_\infty^2}{2} + gh_\infty = \frac{p}{\circ} + \frac{v^2}{2} + gh \quad \text{mit } h_\infty = h \text{ am Hallendach}$$

$$p - p_\infty = \circ \frac{v_\infty^2 - v^2}{2}$$

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\circ}{2} v_\infty^2} = \frac{v_\infty^2 - v^2}{v_\infty^2} = 1 - \frac{v^2}{v_\infty^2}$$

$$c_p = 1 - \frac{(2v_\infty \sin ¨)^2}{v_\infty^2} = 1 - 4\sin^2 ¨$$

4)

Bedingung für Druckausgleich: $c_p(r = R, ¨) = 0$

$$0 = 1 - 4\sin^2 ¨ \quad \rightarrow \quad ¨ = \arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right) \quad \rightarrow \quad ¨ = 30°;\ ¨ = 150°$$

Rechenaufgabe 2

1.)

Volumenstrom ist identisch:

$$\dot{V} = v_1 \frac{\pi}{4} d^2 \frac{1}{2} = v_2 ab$$

mit $v_1 = v_2$ und $a = d$ folgt:

$$b = \frac{\pi}{8} d$$

2.)

Allgemeine Formel für den Druckverlust bestimmen:

$$\Delta p_{J.1} = \rho \lambda_1 \frac{l}{d_{hydr.1}} \frac{v^2}{2}$$

$$\Delta p_{J.2} = \rho\lambda_2 \frac{l}{d_{hydr.2}} \frac{v^2}{2}$$

$$\frac{\Delta p_{J1}}{\Delta p_{J2}} = \frac{\lambda_1}{d_{hydr.1}} \frac{d_{hydr.2}}{\lambda_2}$$

Hydraulische Durchmesser bestimmen:

$$d_{hydr.1} = \frac{4A}{U}$$

$$d_{hydr.1} = \frac{\frac{\pi}{2} d^2}{\frac{\pi}{2} d} = d$$

$$d_{hydr.2} = \frac{4ba}{2b + a} = \frac{\frac{\pi}{2} d^2}{\frac{\pi}{4} d + d} = \frac{2\pi}{\pi + 4} d$$

Lambda bestimmen:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot d_{hydr.1}} \cdot \frac{v \cdot d_{hydr.2}}{64 \cdot \nu} = \frac{d_{hydr.2}}{d_{hydr.1}}$$

Einsetzten und Verhältnis bestimmen:

$$\frac{\Delta p_{J1}}{\Delta p_{J2}} = \frac{d_{hydr.2}^2}{d_{hydr.1}^2}$$

$$\frac{\Delta p_{J1}}{\Delta p_{J2}} = \frac{4\pi^2}{(\pi + 4)^2} = 0{,}774$$