B. Mahr, D. Tidhar, T. Wieczorek WS 01/02

1. Test TheGI 3

5. November 2002

Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe:	1	2	3	4	5
Punkte:					

Gesamtpunkte:

Bei allen Aufgaben wird die Notation des Buches und der Vorlesung gebraucht!

Aufgabe 1 *(12 Punkte)*

Gegeben sei die Menge von Aussagensymbolen $P = \{p, q, r, s\}$. Welche der folgenden Zeichenketten sind, wenn die Klammerkonventionen eingehalten werden, Formeln aus Form(P) und welche nicht? Wenn es sich um eine Formel handelt, gib diese noch einmal mit vollständiger Klammerung an. Ist es keine Formel, so begründe, weshalb nicht.

1. $p \wedge q \wedge \neg r \wedge s$
2. $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow s$
3. $p \perp q$
4. $\perp \leftrightarrow F$
5. $\neg p \vee q \rightarrow \neg q \wedge r$
6. $\neg p \wedge q \vee \neg q \wedge r$

Aufgabe 2 *(8 Punkte)*

Gegeben sei die Menge von Aussagensymbolen $P = \{p, q, r\}$.

(a) Gib zwei verschiedene Belegungen $B_1 : P \rightarrow \{T, F\}$ und $B_2 : P \rightarrow \{T, F\}$ and mit $B_1 \models \neg p$ und $B_2 \models \neg p$.

(b) Gib zwei Belegungen $B_1 : P \rightarrow \{T, F\}$ und $B_2 : P \rightarrow \{T, F\}$ and mit $B_1 \models p \vee q \rightarrow r$ und $B_2 \not\models p \vee q \rightarrow r$.

Aufgabe 3 *(3+4 Punkte)*

Gegeben sei wieder die Menge von Aussagensymbolen $P = \{p, q, r\}$.

(a) Betrachte die Formel $\varphi = (\bot \vee \top) \vee \bot \leftrightarrow \bot$. Es seien $B_1 : P \to \{T, F\}$ die Belegung mit $B_1(p) = B_1(q) = B_1(r) = F$ und $B_2 : P \to \{T, F\}$ die Belegung mit $B_2(p) = B_2(q) = B_2(r) = T$. Berechne $B_1^*(\varphi)$ und $B_2^*(\varphi)$. Ist φ erfüllbar, tautologisch oder kontradiktorisch? Begründe deine Antwort.

(b) Nun sei ψ die folgende Formel:

$$((\neg\bot \to (\top \vee \bot)) \to (\neg\top \wedge \top \leftrightarrow \bot)) \vee ((\bot \to \top) \leftrightarrow \bot \wedge \bot) \vee \neg(\neg\top \leftrightarrow (\bot \wedge \top \to \neg(\top \wedge \bot)))$$

Gibt es $B_1 : P \to \{T, F\}$ und $B_2 : P \to \{T, F\}$ mit $B_1 \models \psi$ und $B_2 \not\models \psi$? Begründe deine Antwort mit Hilfe des Koinzidenzlemmas.

Aufgabe 4 *(5 Punkte)*

Seien P eine Menge von Aussagensymbolen und $p, q \in P$. Überprüfe mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens, ob die folgende Formel φ erfüllbar, tautologisch oder kontradiktorisch ist!

$$\varphi = (p \wedge \neg p \to q \wedge \neg q) \vee q$$

Aufgabe 5 *(8 Punkte)*

Seien P eine Menge von Aussagensymbolen und $\varphi, \psi \in \mathrm{Form}(P)$. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründe deine Antwort.

1. Sind φ und $\neg\varphi$ erfüllbar, so ist φ nicht tautologisch.

2. Sind φ und $\neg\varphi$ erfüllbar, so ist φ nicht kontradiktorisch.

3. Sind φ und ψ erfüllbar, so ist auch $\varphi \wedge \psi$ erfüllbar.

4. Ist $\varphi \wedge \psi$ erfüllbar, so sind φ und ψ beide erfüllbar.