Name: .... **Matr.-Nr.:** ....

Multiple-Choice-Test zu Grundlagen der Algorithmik (D)
TU Berlin, 30.05.2017

(Nichterlein/Niedermeier, Sommersemester 2017)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.
Sobald eine **falsche** Antwortmöglichkeit angekreuzt wurde, gibt es **Null** Punkte für die betroffene Aufgabe.

Aufgabe 1: Pseudocode (4 Punkte)

Welches Problem wird von folgendem Algorithmus gelöst? (Genau eine Antwort ist korrekt!)

Hinweis: Die Problemkandidaten sind wie folgt definiert (die Eingabe ist jeweils ein ungerichteter Graph G und eine natürliche Zahl $k > 0$):

Problemname	Fragestellung
CLIQUE:	Gibt es k Knoten in G, die paarweise alle untereinander mit einer Kante verbunden (adjazent) sind?
INDEPENDENT SET:	Gibt es k Knoten in G, wo kein Knotenpaar mit einer Kante verbunden sind?
MATCHING:	Gibt es k Kanten in G, sodass kein Knoten Endpunkt von mehr als einer dieser Kanten ist?
VERTEX COVER:	Gibt es k Knoten in G, sodass jede Kante in G mindestens einen dieser Knoten als Endpunkt hat?

Input: Ein zusammenhängender ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl k.

```
foreach V' ⊆ V mit |V'| = k do
    answer ← true
    foreach v ∈ V do
        foreach w ∈ N(v) do                // „N(v)“ bezeichnet die Menge der Nachbarn von v
            if v ∉ V' ∧ w ∉ V' then  answer ← false
    if answer = true then  return true
return  false.
```

- [ ] MATCHING
- [ ] VERTEX COVER
- [ ] CLIQUE
- [ ] INDEPENDENT SET

Aufgabe 2: Laufzeit des Pseudocodes (6 Punkte)

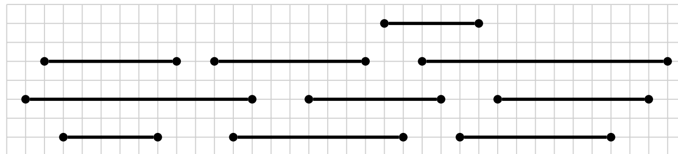
Welche der folgenden Angaben sind korrekte Laufzeitabschätzungen des Algorithmus aus Aufgabe 1? (Es gilt: $n = |V|$, $m = |E|$, $|n| \leq |m| + 1$ und $\deg(v) = |N(v)|$.)

- [ ] $O\left(\binom{|V|}{k} \cdot \sum_{v \in V} \deg(v)\right)$
- [ ] $O(n^k m)$
- [ ] $O(n \log n)$
- [ ] $O(2^n m)$
- [ ] $O(n + m)$
- [ ] $n^{O(1)}$

Aufgabe 3: Beispiel für Matching von Intervallen (4 Punkte)

Gegeben ist eine Menge von Intervallen mit Start- und Endzeiten. Die Aufgabe besteht darin, möglichst viele Intervalle einander zuzuordnen (zu „matchen“), wobei sich einander zugeordnete Intervalle überschneiden müssen. Hierbei kann ein Intervall nur einem anderen Intervall zugeordnet werden.

Was ist in folgendem Beispiel die größtmögliche Anzahl an Paaren von einander zugeordneten Intervallen?



☐ 5 ☐ 6 ☐ 3 ☐ 4

Aufgabe 4: Algorithmus für Matching von Intervallen (6 Punkte)

Vervollständigen Sie folgenden Greedy-Algorithmus für Matching von Intervallen, indem Sie die korrekten Lückenfüller auswählen.

Input: Eine Menge $\mathcal{I}$ von Intervallen.
Output: Eine größtmögliche Menge an Paaren von einander zugeordneten Intervallen

Function *Match($\mathcal{I}$)*
  if $\mathcal{I} = \emptyset$ **then return** $\emptyset$
  Lösche alle Intervalle aus $\mathcal{I}$, welche sich mit keinem anderen Intervall überschneiden.
  Wähle das Intervall $I \in \mathcal{I}$, welches $\boxed{\text{A}}$.
  $\mathcal{I}' \leftarrow$ alle Intervalle aus $\mathcal{I}$, welche sich mit I überschneiden
  Nimm das Intervall $J \in \mathcal{I}'$, welches $\boxed{\text{B}}$.
  Bestimme rekursiv eine Zuordnung Z der verbleibenden Intervalle: $Z \leftarrow \mathit{Match}(\mathcal{I} \setminus \{I, J\})$
  Ordne I und J einander zu: $Z \leftarrow Z \cup \{(I, J)\}$
  return Z

	A	B
☐	A: zuerst endet	B: zuletzt beginnt
☐	A: zuerst endet	B: zuerst endet
☐	A: zuletzt beginnt	B: zuletzt beginnt
☐	A: zuletzt beginnt	B: zuerst endet

Aufgabe 5: Stable Matching (5 Punkte)

Der in der Vorlesung vorgestellte Stable-Matching-Algorithmus liefert eine „männeroptimale“ Lösung. Welche Aussagen sind immer korrekt?

Hinweis: Für eine stabile Zuordnung Z und einen Mann m ist $W_Z(m)$ diejenige Frau, welche m in Z zugeordnet ist (also $(m, W_Z(m)) \in Z$). Für einen Mann m ist $A(m)$ diejenige Frau, welche vom Stable-Matching-Algorithmus m zugeordnet wird, d. h. die vom Algorithmus gefundene Zuordnung enthält das Paar $(m, A(m))$.

- ☐ Sei Z eine stabile Zuordnung. Dann gilt für jeden Mann m: $W_Z(m)$ kommt in m’s Präferenzliste nicht vor $A(m)$ (also $A(m) = W_Z(m)$ oder $A(m)$ kommt vor $W_Z(m)$).
- ☐ Es gibt keinen Mann m, sodass $A(m)$ an letzter Position in m’s Präferenzliste steht.
- ☐ Es gibt einen Mann m, sodass $A(m)$ an erster Position in m’s Präferenzliste steht.
- ☐ Sei Z eine stabile Zuordnung. Dann existiert ein Mann m, sodass $W_Z(m)$ in m’s Präferenzliste nicht vor $A(m)$ kommt (also $A(m) = W_Z(m)$ oder $A(m)$ kommt vor $W_Z(m)$).