

**Probeklausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure**

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Ich **wünsche** den Aushang der Ergebnisse meiner Klausur unter Angabe meiner Matr.-Nr. am Schwarzen Brett und im WWW¹ **Ja / Nein**

Unterschrift

Neben einem einseitig handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	Σ

Einsichtnahme- und Beschwerdemöglichkeit:

¹<http://www.math.tu-berlin.de/HM/AnalysisI/Aktuell/ING/klausuren.html>

Rechenaufgaben

1. Aufgabe

(3 Punkte)

Die Zahlenfolge $(a_n)_{n \geq 1}$ sei durch die folgende Vorschrift rekursiv gegeben:

$$a_1 = 1 \quad \text{und} \quad a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}, n \geq 1.$$

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion: $a_n = \frac{1}{n}$ für alle $n \geq 1$.

2. Aufgabe

(4 Punkte)

Sei $R \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ fest, aber beliebig. Welche geometrische Figur wird durch die Gleichung $\operatorname{Re}\left(\frac{z+1}{z-1}\right) = R$, für $z \in \mathbb{C}$ beschrieben?

3. Aufgabe

(4 Punkte)

Beweisen Sie: Die Gleichung $-\exp(x) = \tan(x)$ hat eine Lösung $x^* \in [-\frac{\pi}{4}, 0]$ und es gibt nur eine solche Lösung.

4. Aufgabe

(6 Punkte)

a) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz:

$$\text{i) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\frac{1}{3^k} k^2} \quad \text{ii) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{17 + \sin(k + 5\pi)}{k^2 + 3k + 1}$$

b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius R der Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k (z+i)^k}{\cos\left(\frac{1}{k}\right)}$$

und skizzieren Sie den Konvergenzbereich in der komplexen Zahlenebene.