

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Ich habe erfolgreich Hausaufgabenpunkte gesammelt im SS / WS
bei TutorIn

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben sei jeweils die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ mit

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & a_n = \frac{1}{n} & \text{b)} & a_n = \frac{1}{n^2} & \text{c)} & a_n = \frac{\sin(n\frac{\pi}{2})}{\ln n} \\ \text{d)} & a_n = \frac{1}{n+\sqrt{n}} & \text{e)} & a_n = \frac{1}{n!} & & \end{array}$$

Welche der Reihen sind konvergent, welche divergent (kurze Begründung, Stichwort)?

2. Aufgabe

3 Punkte

Lässt sich $g(x) = \cos \frac{1}{|x-\pi|}$ an der Stelle $x = \pi$ stetig ergänzen?

3. Aufgabe

5 Punkte

Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung der Funktion $f(x) = \frac{2x}{x^2-2}$ um den Punkt $x_0 = 0$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Reihe konvergent?

4. Aufgabe

11 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

- Zeigen Sie mit Hilfe der Definition der Ableitung, dass f in $x = 0$ differenzierbar ist.
- Formulieren Sie den Mittelwertsatz und geben sie vor allem auch die Voraussetzungen des Satzes an.
- Wenden Sie den Mittelwertsatz auf f und das Intervall $[a, b] = [-1, 1]$ an. Berechnen Sie dann für f und $[a, b]$ alle Werte, deren Existenz der Mittelwertsatz garantiert.

5. Aufgabe

6 Punkte

- Zeigen Sie, dass die Funktionen $f(x) = \tan^2 x$ und $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ identische Ableitungen besitzen.
- Welche Beziehung gilt dann zwischen den beiden Funktionen? Begründen Sie Ihre Aussage.

6. Aufgabe

5 Punkte

Gegeben sei die periodische reelle Funktion $f(x)$ mit Periode $T = 2$, die definiert ist durch die direkte Fortsetzung von x^3 für $-1 < x \leq 1$ auf ganz \mathbb{R} . Skizzieren Sie den Graphen von f auf $[-3, 3]$.

Gegen welche Werte konvergiert die Fourierreihe von f auf \mathbb{R} .