

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:
In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel
zugelassen.

Die Lösungen sind in Reinschrift auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift ge-
schriebene Klausuren können nicht gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den
vollständigen Rechenweg an.

Die Bearbeitungszeit beträgt eine Stunde.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der
beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

Table with 6 columns (1, 2, 3, 4, 5, Σ) and 3 rows.

1. Aufgabe

6 Punkte

Finden Sie alle reellen und komplexen Nullstellen des reellen Polynoms

$$p(z) = z^4 - 3z^3 + 5z^2 - 4z + 2, \quad z \in \mathbb{C},$$

wenn bekannt ist, dass $p\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) = 0$ gilt.

2. Aufgabe

6 Punkte

(a) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2x}{x^3}$.

(b) Bestimmen Sie die Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}$, an welchen die folgende Funktion stetig ist.

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(2x) - 2x}{x^3}, & x \neq 0, \\ 2, & x = 0. \end{cases}$$

3. Aufgabe

9 Punkte

(a) Zeigen Sie: Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 6x + \sin(x) + \exp(x)$ ist streng monoton wachsend und umkehrbar.

(b) Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle 1. (Man beachte $f(0) = 1$.)

4. Aufgabe

8 Punkte

(a) Finden Sie die Intervalle der Monotonie, sowie alle lokalen Extrema der Funktion

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{2x^2 - x - 1}{\exp(x)}.$$

(b) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, sowie globale Extrema von g .

5. Aufgabe

11 Punkte

(a) Es sei $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln(x)$. Zeigen Sie: Es gilt für alle $x > 0$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n-1)!}{x^n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1.$$

(b) Geben Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ an. Schätzen Sie den Fehler ab, welcher entsteht, wenn im Intervall $[2 - \frac{1}{10}, 2 + \frac{1}{10}]$ die Funktion durch dieses Taylorpolynom approximiert wird. Geben Sie Ihre Abschätzung in Form eines Bruchs an.