Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2003
Felsner, Grigorieff, Penn-Karras 13.10.03

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:
In welchem Semester haben Sie die erreicht? ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 7 Punkte

Es sei x eine positive reelle Zahl. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$\text{Für alle natürlichen } n \geq 1 \text{ gilt} \quad 1 + n \cdot x \leq (1+x)^n.$$

2. Aufgabe 7 Punkte

(a) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\exp(2x^2)-1}{x^2}$.

(b) Bestimmen Sie die Menge aller Punkte x, an welchen die folgende Funktion stetig ist.

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \frac{\exp(2x^2)-1}{x^2}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

3. Aufgabe 9 Punkte

(a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} i^n \cdot (z-3)^n, \; z \in \mathbb{C}$.

(b) Für welche komplexen z konvergiert die Reihe in (a) und für welche ist sie divergent? (Dabei sind auch die Punkte auf dem Rand des Konvergenzkreises zu berücksichtigen!)

4. Aufgabe 8 Punkte

(a) Finden Sie die Intervalle der Monotonie, sowie alle lokalen Extrema der Funktion

$$g : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 - \ln(x^2).$$

(b) Geben Sie ohne Begründung $\lim\limits_{x \to \infty} g(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$, sowie $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ an, und bestimmen Sie globale Extrema von g.

5. Aufgabe 9 Punkte

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades der Funktion $f :]0, \infty[\to \mathbb{R} : x \mapsto \ln(x) + 1$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$.

(b) Schätzen Sie den Fehler ab, welcher entsteht, wenn im Intervall $[2-\frac{1}{10}, 2+\frac{1}{10}]$ die Funktion f durch das Taylorpolynom aus (a) approximiert wird. Geben Sie Ihre Abschätzung in Form eines Bruchs an.