Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 05
Bärwolff, Tröltzsch 18.7.2005

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} (3k^2 - 3k + 1) = n^3.$$

2. Aufgabe 8 Punkte

Entscheiden Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechnen Sie sie gegebenenfalls.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{3n^2+4}}{n+5}$, b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x+5+4ix}{(3i-4)x-7}$, c) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+2x+2}{x^2+x-6}$, d) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+i}{10}\right)^n$.

3. Aufgabe 6 Punkte

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

a) $\dfrac{2x^3 - 8x^2 + 9x - 3}{x^2 - 4x + 4}$, b) $\dfrac{5x^2+4}{x^3+4x}$.

4. Aufgabe 6 Punkte

Berechnen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen:

a) $f(x) = 2x\sin(x) + (2 - x^2)\cos(x)$, b) $g(x) = \ln\left(\dfrac{e^x}{e^x+1}\right)$.

5. Aufgabe 6 Punkte

Berechnen Sie folgende Integrale:

a) $\displaystyle\int_{\pi^2}^{4\pi^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\, dx$, b) $\displaystyle\int \ln(x^2)dx$.

6. Aufgabe 8 Punkte

Berechnen Sie das Taylor-Polynom 2. Grades der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2 + e^{-x}\sin(x)$$

mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Zeigen Sie weiter, dass der Approximationsfehler (die Differenz zwischen dem Taylorpolynom und f selbst) auf dem Intervall $[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}]$ kleiner als $\frac{1}{500}$ ist.