

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

5 Punkte

Welche der Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sind konvergent? Bestimmen Sie bei Konvergenz den Grenzwert.

$$\text{a) } a_n = \frac{n^3 - 6n + 1}{(n+1) \cdot n^2} \quad \text{b) } a_n = \sqrt[n]{5} \cdot \frac{5n^2 + 5}{(n-5)^2 \cdot \arctan \sqrt{n}}$$

2. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für die n -te Ableitung von f gilt:

$$f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1.$$

3. Aufgabe

7 Punkte

Ermitteln Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die folgende Ungleichung erfüllen. Geben Sie die Lösungsmenge als Vereinigung von Intervallen an.

$$\frac{x+3}{x-1} \geq x$$

4. Aufgabe

8 Punkte

Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 + 5x - 5 \arctan x$.

5. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie für die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$ das Taylorpolynom 3. Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Ermitteln Sie durch eine Restgliedabschätzung, wie groß der Grad des Polynoms zu wählen ist, damit der Fehler bei der Approximation von f durch das Polynom für $x \in [-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}]$ kleiner als 10^{-3} ist.

6. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie

$$\text{a) } \int_1^2 x \cdot \ln x \, dx \quad \text{b) } \int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x} + x\sqrt{x}}.$$