

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^3 - 8i = 0.$$

2. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^2 e^{\sin^2(x)} + c & \text{für } x > 0 \\ 1 & \text{für } x \leq 0. \end{cases}$$

Für welches $c \in \mathbb{R}$ ist f bei $x_0 = 0$ differenzierbar? Ermitteln Sie gegebenenfalls $f'(0)$.

3. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \cosh(3x) - \sinh(3x).$$

- Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(x) = e^{-3x}$.
- Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ und alle $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$f^{(k)}(x) = (-3)^k e^{-3x}.$$

- Bestimmen Sie das Taylorpolynom n -ter Ordnung von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

4. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale

$$\text{a) } \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)} dx \quad \text{und} \quad \text{b) } \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx.$$

5. Aufgabe

5 Punkte

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x \sin(3x)}.$$