Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 07/08

Bärwolff, Behrndt, Böse, Penn-Karras 7. April 2008

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 7 Punkte

Sei p ein gerades Polynom 4. Ordnung, d.h. $p(-x) = p(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Es gelte: $p(1) = p(i) = 0$ und $p(0) = 1$. Geben Sie p explizit an.

2. Aufgabe 9 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie ein Gegenbeispiel an, falls die Antwort falsch ist.

a) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar mit $f'(x_0) = 0,\ x_0 \in \mathbb{R}$. Dann besitzt f in x_0 ein Extremum.

b) Sei $f :]-1, 1[\to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Dann nimmt f in $]-1, 1[$ kein Maximum an.

c) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine divergente Folge. Dann ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ nicht beschränkt.

3. Aufgabe 8 Punkte

Untersuchen Sie folgendes uneigentliches Integral auf Konvergenz:

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2 + 1 + \sin x}\, dx.$$

4. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : [1, 2] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = (x - 2) \ln(x).$$

Zeigen Sie, dass die Ableitung von f eine Nullstelle besitzt in $]1, 2[$, d.h. es existiert ein $\xi \in]1, 2[$ mit $f'(\xi) = 0$.

5. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = 2\cos^2 x + \sin^2 x.$$

a) Entwickeln Sie f in eine Fourierreihe.

b) Berechnen Sie $\int_0^\pi f(x) \sin(4x)\, dx$.

Hinweis: Es gilt: $\cos^2(x) = \frac{1}{2}(\cos(2x) + 1)$.