Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Flad, Penn-Karras, Yserentant

SS 08
6. Oktober 2008

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Ein Polynom $p(z) \neq 0$ mit reellen Koeffizienten sei gerade, das heißt es gelte $p(z) = p(-z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$. Weiterhin sei $2 - i$ eine Nullstelle. Zeigen Sie, dass das Polynom mindestens vierten Grades ist.

2. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x + e^{3x} - 2$. Zeigen Sie, dass genau eine Nullstelle im angegebenen Intervall existiert. Die Lage muss nicht berechnet werden.

3. Aufgabe 6 Punkte

Geben Sie den Ansatz für die reelle Partialbruchzerlegung folgender Funktionen an: Die Koeffizienten müssen nicht ausgerechnet werden!

a) $\dfrac{x^2 + 3x + 5}{x^3 - x}$ b) $\dfrac{x^2 + 3x + 5}{x^3 + x}$ c) $\dfrac{x^2 + 3x + 5}{(x + 1)^2 x}$

4. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei eine beliebig oft differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und ein Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$. Die Taylorentwicklung zweiter Ordnung an der Stelle x_0 von f laute $T(x) = 3 + 2(x - x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^2$. Bestimmen Sie die Taylorentwicklung von

$$F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad F(x) = 4 + \int_{x_0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$$

bis zur zweiten Ordnung ebenfalls am Punkt x_0.

5. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und ein Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass folgende Funktion stetig ist:

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} & x \neq x_0 \\ f'(x_0) & x = x_0. \end{cases}$$

6. Aufgabe 4 Punkte

Sind die folgenden Aussagen **immer richtig**?

(a) Falls $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ und $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \infty$, dann gilt $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = 0$.

(b) Jede konvergente Folge ist beschränkt.

(c) Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar, so gilt $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ für alle $x_0 \in \mathbb{R}$.

(d) Seien $f, g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen mit $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [0, 1]$. Dann gilt auch $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \geq \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

Beantworten Sie die Fragen nur mit „ja“ oder „nein“. Für jede richtige Antwort erhalten Sie einen Punkt und für jede falsche Antwort wird Ihnen ein Punkt abgezogen. Minimal können in dieser Aufgabe 0 Punkte erreicht werden.