Technische Universität Berlin
**Fakultät II – Institut für Mathematik** WS 08/09
**Bärwolff, Böse, Penn-Karras, Tröltzsch** 18.12.2008

# Dezember – Probeklausur
# Analysis I für Ingenieure

Die Teilnahme an der Probeklausur ist **freiwillig**. Die Klausuren werden **nicht korrigiert.** Ausführliche Musterlösungen finden Sie zeitnah auf den Isis-Seiten. Im Gegensatz zu den Prüfungsklausuren orientieren sich die Aufgaben nur am **bisher vermittelten** Vorlesungsstoff.

**Bitte beachten Sie:** Die Prüfungsklausur kann auch gänzlich andere Aufgabentypen enthalten, als die hier gestellten.

Geben Sie im Rechenteil immer den **vollständigen Rechenweg** und im Verständnisteil, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt (im Gegensatz zur Prüfungsklausur) **75 Minuten**.

## Rechenteil

### 1. Aufgabe 6 Punkte

Ermitteln Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die folgende Ungleichung erfüllen. Geben Sie die Lösungsmenge als Vereinigung von Intervallen an.

$$\frac{|x+1|}{|x-2|} \leq 2$$

### 2. Aufgabe 3 Punkte

Ist die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent? Berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

$$a_n = \frac{1}{n+1}\left(\frac{n^3-3n+1}{n^2} - 3\cos(n)\right)$$

### 3. Aufgabe 6 Punkte

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x - 2\arctan x$.

### 4. Aufgabe 5 Punkte

Bestimmen Sie eine Konstante $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{für } x \neq 0 \\ a & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar ist.

## Verständnisteil

### 5. Aufgabe — 4 Punkte

Bestimmen Sie das Taylorpolynom 10. Grades der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto (x-1)^6 + 3$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

### 6. Aufgabe — 6 Punkte

Notieren Sie für die folgenden Ausdrücke die Ansätze für die Zerlegung in reelle Partialbrüche. Die Koeffizienten sind <u>nicht</u> zu berechnen.

a) $\dfrac{x}{(x+1)(x^2-2)}$ b) $\dfrac{2x-1}{(x-2)^2}$ c) $\dfrac{x^3-x^2}{x^4-1}$

### 7. Aufgabe — 6 Punkte

$z_0 = 1 - i$ sei eine Lösung der Gleichung $z^4 + w = 0$. Ermitteln Sie $w$ . Bestimmen Sie dann alle weiteren Lösungen der Gleichung.

### 8. Aufgabe — 4 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind (ohne Begründung).
Jede richtige Antwort gibt einen Punkt, jede falsche Antwort einen Punkt Abzug. Minimale Punktzahl ist 0.

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion

a) Ist $f(0) = 1$ und $f$ streng monoton fallend, dann hat $f$ eine Nullstelle.

b) Ist $f$ eine gerade Funktion, dann ist $f'$ ungerade.

c) Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent, so ist auch die Folge $(a_n + b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent.

d) Jede monotone und beschränkte Folge ist konvergent.