Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2012
G. Bärwolff · A. Gündel-vom Hofe · F. Tröltzsch 20.07.2012

Juli – Klausur
Analysis 1 für Ingenieure

Name: .... Vornarne: ....
Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Insbesondere sind **keine Taschenrechner** und **keine Handys** zugelassen!

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt muss mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet sein. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Geben Sie immer eine **kurze Begründung** und/oder den **vollständigen Rechenweg** an. Ohne Bezug Ihrer Antwort zur Aufgabe gibt es keine Punkte. „Nach dem Satz in der Vorlesung / im Tutorium / im Skript“ gilt nicht als Begründung. Der entsprechende Satz muss zitiert werden und es muss begründet werden, warum der Satz in der gegebenen Aufgabe angewendet werden kann.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 30 von 60 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 30 Punkten erreicht werden.

Rechenteil

1	2	3	Σ

Verständnisteil

4	5	6	Σ

Ohne Begründung und/oder vollständigen Rechenweg gibt es keinen Punkt.

Rechenteil:

1. Aufgabe — 8 Punkte

Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 e^{-x}$.

(a) Bestimmen Sie alle lokalen sowie globalen Extrempunkte von f.

(b) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten von f.

2. Aufgabe — 12 Punkte

(a) Berechnen Sie das Integral $\int\limits_0^\infty \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}}\, dx$ mithilfe der Substitutionsregel.

(b) Berechnen Sie die Stammfunktion von $x\cos(x) + x^2$.

(c) Berechnen Sie das Integral $\int\limits_0^1 \frac{3x+4}{x^2+3x+2}\, dx$ mithilfe einer Partialbruchzerlegung.

3. Aufgabe — 10 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^x \sin(x)$.

(a) Bestimmen die das Taylorpolynom 3. Grades im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

(b) Zeigen Sie, dass sich das Restglied für $x \in [0, 1]$ abschätzen lässt durch $|R_3(x)| \leq \frac{e}{6}$.

Verständnisteil:

4. Aufgabe — 12 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Folgen konvergent sind und berechnen Sie ihre Grenzwerte:

(a) $a_n = \frac{2n^4+\cos(n)+n^2}{3n^4+n^3+7}$,

(b) $b_n = \sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}$,

(c) $c_n = \left(\frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}i\right)^n$.

5. Aufgabe — 10 Punkte

Gegeben sei für $a \in \mathbb{R}$ die folgende Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

$$x \mapsto \begin{cases} a\cos(x), & x < \frac{\pi}{2} \\ ax^2 - 1, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} .$$

(a) Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, so dass f auf ganz $\mathbb{R}$ stetig ist.

(b) Zeigen Sie, dass kein $a \in \mathbb{R}$ existiert, so dass f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar ist.

6. Aufgabe — 8 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \cos(7x) + \sin(-7x) + x^3$ eine Nullstelle in $[0, \frac{\pi}{14}]$ besitzt.

(b) Zeigen Sie mithilfe des Mittelwertsatzes, dass die Ungleichung

$$\ln(y) < y - 1$$

für alle $y > 1$ erfüllt ist.