Technische Universität Berlin **SoSe 18**
Fakultät II – Institut für Mathematik **24. Juli 2018**
Doz.: Stannat

Modulprüfung
„Analysis I für Ingenieurwissenschaften“

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Informationen
Füllen Sie bitte zuerst das Deckblatt vollständig und leserlich aus. Vergewissern Sie sich, dass das Aufgabenblatt vollständig ist. Damit erklären Sie, dass

- Ihnen die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der StuPO bekannt sind. Ihnen ist außerdem bewusst, dass ihre Nichterfüllung zur Ungültigkeit der Prüfung führen kann. (§39 Abs. 2 Satz 4 AllgStuPO)
- Ihnen bekannt ist, dass die Teilnahme an der Prüfung eine ordnungsgemäße Anmeldung voraussetzt, andernfalls die Prüfung nicht gültig ist (§39 Abs. 2 AllgStuPO),
- Ihnen bekannt ist, dass eine Prüfung, die unter bekannten und bewusst in Kauf genommenen gesundheitlichen Beeinträchtigungen abgelegt wird, grundsätzlich Gültigkeit hat.

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Insbesondere sind **keine Taschenrechner** und **keine Handys** zugelassen!

Die Lösungen sind in Reinschrift auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt muss mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet sein. **Die Aufgabenblätter sind mitabzugeben.** Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Geben Sie immer eine **kurze Begründung** und/oder den **vollständigen Rechenweg** an. Ohne nachvollziehbaren Bezug Ihrer Antwort zur Aufgabe gibt es keine Punkte. „Nach dem Satz in der Vorlesung / im Tutorium / im Skript“ gilt nicht als Begründung. Der entsprechende Satz muss zitiert werden und es muss begründet werden, warum der Satz in der gegebenen Aufgabe angewendet werden kann.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**. Die Klausur ist mit mindestens 30 von 60 Punkten bestanden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. **Aufgabe** **(13 Punkte)**

   (a) Untersuchen Sie die folgenden Ausdrücke auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

   $$\lim_{n\to\infty} a_n = \sqrt{\frac{1+8n^2}{3n+2n^2}}, \quad \lim_{n\to\infty} b_n = n\sin(\pi n), \quad \lim_{n\to\infty} c_n = n\cos(\pi n).$$

   (b) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion: $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ für $n \geq 1$.

2. **Aufgabe** **(13 Punkte)**

   Berechnen Sie die folgenden Integrale:

   (a) $\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x+3)}dx$, (b) $\int_e^{e^2} \frac{1}{x(\ln(x))^2}dx$, (c) $\int x\sinh(x)dx$.

   Hinweis: Bitte keine gerundeten Ergebnisse. Es gilt $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

3. **Aufgabe** **(7 Punkte)**

   (a) Geben Sie die komplexe Zahl $z = \frac{1-i}{1+i}$ in kartesischen Koordinaten und in Polarkoordinaten an.

   (b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 = -16\,i$. Geben Sie diese in Polarkoordinaten an.

4. **Aufgabe** **(10 Punkte)**

   Gegeben ist

   $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \ln(1+x^2).$$

   (a) Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

   (b) Bestimmen Sie alleine mithilfe der ersten Ableitung alle globalen Minima und Maxima der Funktion $g(x) = f(x) - x^2$ auf dem Intervall $[-1, 1]$.

5. **Aufgabe** **(7 Punkte)**

   Finden Sie heraus, für welche Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ die Funktion

   $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x} & \text{falls } x < 0, \\ a\sin(x) + b & \text{falls } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \cos(x) & \text{falls } x > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

   stetig ist.

6. **Aufgabe** **(10 Punkte)**

   Beantworten Sie die folgenden Fragen und begründen Sie Ihre Antwort. Nutzen Sie dafür Sätze aus der Vorlesung.

   (a) Besitzt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto e^x + x$ eine Nullstelle?

   (b) Es sei $\alpha > 0$. Existiert dann der Grenzwert $\lim_{x\to\infty} x^2 e^{-\alpha x}$?

   (c) Es seien $f_k : I_k \to \mathbb{R},\ k = 1, 2, 3,$ stetig und streng monoton fallend. Für welche k besitzt f_k ein Maximum?

   $$I_1 = [1, 2], \qquad I_2 =]0, 1], \qquad I_3 = [1, 2[.$$

Gesamtpunktzahl: 60 Punkte