Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut f. Mathematik **WS 2002/2003**
Doz.: Bollhöfer, Scherfner, Scheutzow , Unterreiter , Wiehe x.01.2003

Hinweis. Diese Probeklausur ist vom Zeitumfang lediglich auf eine halbe Prüfungsklausur ausgelegt. D.h. für den Rechen– sowie für den Verständnisteil ist hier nur eine halbe Stunde anstatt eine Stunde wie bei einer gewöhnlichen Klausur vorgesehen.

Aus dem gleichen Grund sind die hier ausgewiesenen Punktezahlen ebenfalls nur halb so hoch wie bei einer regulären Klausur.

Halbe Probeklausur (Rechenteil)
„Lineare Algebra für Ingenieure“

Name: .... Vorname: ....

Matr.-Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang meines Klausurergebnisses am Schwarzen Brett und im WWW unter Angabe der Matr.-Nr. ....
Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen DIN A4 Blatt mit Notizen sind **keine** Hilfsmittel zugelassen.

Bei jeglichem Täuschungsversuch gilt die Klausur als **nicht bestanden**.

Abzugeben sind die Lösungen in **Reinschrift** mit allen **Nebenrechnungen** auf DIN A4-Blättern. Mit **Bleistift** geschriebene Klausuren werden **nicht gewertet**.

Dieser Teil umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den vollständigen Rechenweg an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine halbe** Stunde.

Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile mindestens 5 von 20 Punkten erreicht werden.

1	2	3	Σ

Korrektur: ....

Aufgabe 1 — 6 Punkte

Es sei folgende von einem Parameter t abhängige Matrix gegeben:

$$A(t) := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2+t & 0 \\ -1 & 3 & 0 & t \\ 1 & 2 & 2+t & t \\ -1 & 0 & -2-t & t \end{pmatrix}$$

- Setzen Sie $t = 0$ und berechnen Sie alle Lösungen von

$$A(0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Setzen Sie $t = -2$ und berechnen Sie den Kern von $A(-2)$.

Aufgabe 2 — 4 Punkte

Gegeben sei die reelle Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von A.

Aufgabe 3 — 5 Punkte

Gegeben sei die folgende, von t abhängige Schar von Ebenen $E(\cdot)$ im $\mathbb{R}^3$:

$$E(t) = \{(x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 | 2tx_1 + (3-t)x_2 + x_3 = t\}$$

- Schreiben Sie $E(t)$ in der Form

  $$E(t) = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 | \vec{x} = \vec{r}(t) + \lambda\vec{u}(t) + \mu\vec{v}(t) \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R} \quad \text{geeignet}\}$$

  wobei der Aufvektor $\vec{r}(t)$ und die Richtungsvektoren $\vec{u}(t)$ und $\vec{v}(t)$ berechnet werden sollen.

- Bestimmen Sie alle t, für die die Ebene $E(t)$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ ist.

- Geben Sie für die t, für die $E(t)$ ein Untervektorraum ist, eine Basis dieses Vektorraumes an und bestimme die Dimension dieses Vektorraumes.

Aufgabe 4 — 5 Punkte

Überprüfen Sie, ob

$$(x_1, x_2) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

ein Skalarprodukt im $\mathbb{R}^2$ sein kann, indem Sie die positive Definitheit überprüfen.

Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut f. Mathematik
Doz.: Bollhöfer, Scherfner, Scheutzow , Unterreiter , Wiehe

WS 2002/2003
.02.2003

Halbe Probeklausur (Verständnisteil)
„Lineare Algebra für Ingenieure“

Name: .... Vorname: ....

Matr.-Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang meines Klausurergebnisses am Schwarzen Brett und im WWW unter Angabe der Matr.-Nr. ....

Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen DIN A4 Blatt mit Notizen sind **keine** Hilfsmittel zugelassen.

Bei jeglichem Täuschungsversuch gilt die Klausur als **nicht bestanden**.

Abzugeben sind die Lösungen in **Reinschrift** mit allen **Nebenrechnungen** auf DIN A4-Blättern. Mit **Bleistift** geschriebene Klausuren werden **nicht gewertet**.

Dieser Teil umfasst die Verständnisaufgaben. Sie sollten in der Lage sein, die Aufgaben ohne größeren Rechenaufwand mit den Kenntnissen der Vorlesung lösen können. Sofern nichts anderes angegeben ist, geben sie eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine halbe** Stunde.

Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile mindestens 5 von 20 Punkten erreicht werden.

1	**2**	**3**	Σ

Korrektur: ....

Aufgabe 1 7 Punkte

Gegeben sei ein Vektor

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}, \in \mathbb{R}^3$$

und die lineare Abbildung

$$\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$
$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} u_2 \\ u_1 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

(a) Finden Sie eine Matrix M_ϕ, die ϕ darstellt. Das heisst: $M_\phi \vec{u} = \phi(\vec{u})$

(b) Ist die Abbildung ϕ invertierbar? Falls ja, geben sie ${M_\phi}^{-1}$ an.

(c) Finden Sie eine Matrix M, die eine lineare Abbildung

$$\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

darstellt und 2 als Eigenwert hat.

Aufgabe 2 7 Punkte

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \beta & -1 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

(a) Geben sie einen Wert für jeden der Parameter α, β und γ, so dass A nicht invertierbar ist und nicht alle drei Parameter den gleichen Wert haben.

(b) Geben sie Werte für α, β und γ so dass der entsprechende Rang von A die Werte 1, 2 und 3 hat. Welche Dimension hat der jeweilige Kern von A?

Aufgabe 3 6 Punkte

Überprüfen Sie mit dem Wronski-Test ob e^x, xe^x, x^2e^x linear unabhängig sind.