Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 03

Seiler, Faermann, Hömberg 23. Juli 2003

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Lineare Algebra für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben **einem handbeschriebenen** A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Sei $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ der Raum der reellen Polynome vom Grad ≤ 2. Begründen Sie, welche der folgenden Mengen Teilräume von $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ bzw. $\mathbb{R}^2$ sind:

$$\begin{aligned}
U_1 &:= \{p \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \mid p''(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}\} \\
U_2 &:= \{p \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \mid p(0) = 1\} \\
U_3 &:= \big\{(v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2 \mid v_1 + 2v_2 = 0\big\} \\
U_4 &:= \big\{(v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2 \mid v_1 + 2 = 0\big\}
\end{aligned}$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Seien a, $b \in \mathbb{R}$, und sei die lineare Abbildung $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$T := \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$$

(i) Bestimmen Sie die Eigenwerte von T in Abhängigkeit von a und b.

(ii) Bestimmen Sie alle a, b, für die T orthogonal ist.

3. Aufgabe

10 Punkte

Sei die Abbildung $Q : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$Q\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \det\begin{pmatrix} 2 & x \\ 3 & y \end{pmatrix}.$$

(i) Begründen Sie, warum Q eine lineare Abbildung ist.

(ii) Bestimmen Sie den Kern von Q.

(iii) Geben Sie die Dimension des Kernes und des Bildes von Q an.

4. Aufgabe

10 Punkte

Sei $f \in \mathbb{R}^+$, $f \neq 2$, eine positive reelle Zahl. Betrachten Sie die Differentialgleichung

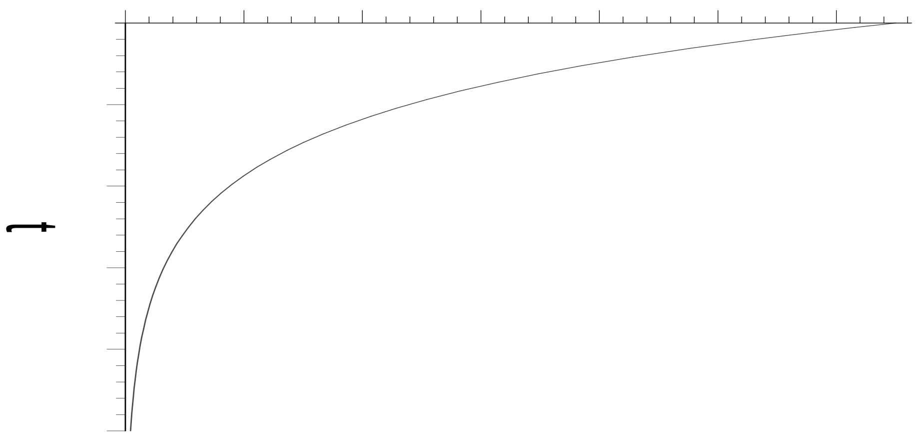
$$y''(t) + fy'(t) + y(t) \;=\; 0\ .$$

(i) Berechnen Sie zwei linear unabhängige Lösungen der Differentialgleichung durch Einsetzen des Exponentialansatzes $y(t) = e^{\lambda t}$.

(ii) Ordnen Sie die in der Tabelle angebenen Zahlenwerte von f den folgenden Graphen **A** oder **B** von Lösungen der Differentialgleichung mit reellen Anfangsbedingungen $y(0)$ und $y'(0)$ zu, indem Sie die geeignete Spalte ankreuzen.

Parameter	Graph **A**	Graph **B**
$f = 1$		
$f = 4$		

Graph A



Graph B