A

Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik
Adams, Bärwolff, Förster, Plato, Tröltzsch

WS 02/03
17.02.2003

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich habe erfolgreich Hausaufgabenpunkte gesammelt im SS / WS ....

bei TutorIn ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe
4 Punkte

Seien $a, b \in \mathbb{Z}$. Folgende Aussagen sind falsch. Geben Sie jeweils ein Gegenbeispiel an:
a) $a < b \implies a^2 < b^2$
b) $|a+1| \geq |a-1|$

2. Aufgabe
7 Punkte

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ Folgen reeller Zahlen. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?
(Jede richtige Antwort gibt einen Punkt, jede falsche Antwort einen Punkt Abzug. Minimale Punktzahl ist 0 Punkte.)

	richtig	falsch
(a_n) konvergent, (b_n) divergent $\implies$ $(a_n + b_n)$ divergent		
(a_n) Nullfolge, (b_n) beschränkt $\implies$ $(a_n \cdot b_n)$ Nullfolge		
$(a_n) \to -\infty$, $(b_n) \to \infty$ $\implies$ $(a_n + b_n) \to 0$		
(a_n) beschränkt, $(b_n) \to \infty$ $\implies$ $(a_n + b_n) \to \infty$		
(a_n) beschränkt, $(b_n) \to -\infty$ $\implies$ $(a_n + b_n) \to -\infty$		
(a_n) konvergent gegen $a \neq 0$, (b_n) divergent $\implies$ $(a_n \cdot b_n)$ divergent		
(a_n) Nullfolge $\implies$ $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ konvergent		

3. Aufgabe
8 Punkte

Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ in $x = \pi$ stetig oder stetig ergänzbar?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(|\pi - x|)}{x-\pi} & x \neq \pi \\ -1 & x = \pi \end{cases}$$

4. Aufgabe
6 Punkte

Sei $p(z)$ ein Polynom mit der Eigenschaft, dass mit jeder Nullstelle z_k auch die konjugiert-komplexe Zahl $\overline{z_k}$ eine Nullstelle von $p(z)$ ist. Hat $p(z)$ dann reelle Koeffizienten? (Begründung oder Gegenbeispiel)

5. Aufgabe
7 Punkte

Eine reelle Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $\frac{1}{2}$ sei für $x = 1$ absolut konvergent und für $x = \frac{3}{2}$ konvergent aber nicht absolut konvergent. Was kann man über das Konvergenzverhalten der Potenzreihe in den Punkten $x = -2$, $x = -\frac{1}{2}$ und $x = 0$ sagen?

6. Aufgabe
8 Punkte

Gegeben sei $f(x) = \ln x$ mit $x \in [1, e]$. Berechnen Sie unter Berücksichtigung des Mittelwertsatzes $\xi \in\ ]1, e[$ so, dass $f'(\xi)$ gleich der Steigung der Sekante durch die Intervallendpunkte (das heisst, Gerade durch die Punkte $(1, f(1))$ und $(e, f(e))$) ist.