A

Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2003

Felsner, Grigorieff, Penn-Karras 21.07.03

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:
In welchem Semester haben Sie die erreicht? ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Finden Sie alle alle reellen und komplexen Nullstellen des reellen Polynoms

$$p(z) = 2z^4 - z^3 + 10z^2 - 4z + 8,\ z \in \mathbb{C},$$

wenn bekannt ist, dass $p\left(\frac{1+i\sqrt{15}}{4}\right) = 0$ gilt.

2. Aufgabe 6 Punkte

(a) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)-2x}{x^3}$.

(b) Bestimmen Sie die Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}$, an welchen die folgende Funktion stetig ist.

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} \frac{\sin(2x)-2x}{x^3}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

3. Aufgabe 9 Punkte

(a) Zeigen Sie: Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 5x + \sin(x) + \exp(x)$ ist streng monoton wachsend und umkehrbar.

(b) Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle 1. (Man beachte $f(0) = 1$.)

4. Aufgabe 8 Punkte

(a) Finden Sie die Intervalle der Monotonie, sowie alle lokalen Extrema der Funktion

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{2x^2 - x - 1}{\exp(x)}.$$

(b) Bestimmen Sie $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, sowie globale Extrema von g.

5. Aufgabe 11 Punkte

(a) Es sei $f :]0,\infty[\to \mathbb{R}, x \mapsto \ln(x)$. Zeigen Sie: Es gilt für alle $x > 0$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n-1)!}{x^n},\ \forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 1.$$

(b) Geben Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ an. Schätzen Sie den Fehler ab, welcher entsteht, wenn im Intervall $[2 - \frac{1}{10}, 2 + \frac{1}{10}]$ die Funktion durch dieses Taylorpolynom approximiert wird. Geben Sie Ihre Abschätzung in Form eines Bruchs an.