

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Es sei w eine komplexe Zahl und $z_1 = \sqrt{2}(1 + i)$ eine Lösung der Gleichung

$$z^3 = w.$$

Bestimmen Sie w und alle weiteren Lösungen obiger Gleichung.

2. Aufgabe

8 Punkte

Untersuchen Sie die Funktion

$$g(x) = \begin{cases} 8x + \frac{x^2}{7} & \text{für } x \geq 0 \\ -2x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

3. Aufgabe

7 Punkte

Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ und

$$p(x) = 3abx^2 + bcx + ca^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Taylorpolynome ersten und zweiten Grades von p um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$. Geben Sie Fehlerabschätzungen für die jeweiligen Restglieder im Intervall $[1, 4]$ an.

4. Aufgabe

4 Punkte

Es sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion und es gelte $\int_a^b f(t) dt = 0$. Entscheiden Sie jeweils ohne Begründung ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- (a) f ist identisch Null, d.h. $f(t) = 0$ für alle $t \in [a, b]$.
- (b) Es gilt $\int_a^b f(t) dt = \int_b^a f(t) dt$.
- (c) Es gilt $\int_a^b f^2(t) dt = 0$.
- (d) Es existiert ein $x^* \in [a, b]$ mit $f(x^*) = 0$.

(Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Jede Nichtbeantwortung wird mit null Punkten gewertet. Die Punktsomme wird zu null gesetzt falls sie negativ ist.)

5. Aufgabe

6 Punkte

Betrachten Sie das uneigentliche Integral

$$\int_3^{\infty} \frac{f(x)}{x} dx.$$

- (a) Geben Sie eine stetige Funktion $f : [3, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ an, so dass das uneigentliche Integral existiert.
- (b) Geben Sie eine stetige Funktion $f : [3, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ an, so dass das uneigentliche Integral nicht existiert.

6. Aufgabe

8 Punkte

- (a) Beweisen Sie, dass mindestens eine reelle Zahl im Intervall $(-2, 0)$ existiert, die die Gleichung

$$3 \sinh x = \ln \frac{1}{x+3}$$

erfüllt.

- (b) Zeigen Sie, dass die Lösung in Aufgabenteil (a) eindeutig ist.

3 Punkte