Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 09

Böse / Hömberg / Karow 05.10.2009

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten dar:

$$z_1 := -2 + 2\sqrt{3}i \qquad z_2 := i^{10} \qquad z_3 := \frac{z_1}{z_2}$$

2. Aufgabe 7 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke für $n, k \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$:

$$\text{a) } \lim_{n\to\infty} \frac{(3n+1)^2 - 12}{\sqrt{n^4+1}} \qquad \text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{8}{9}\right)^k \qquad \text{c) } \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{\sin^2(x)}$$

3. Aufgabe 6 Punkte

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $x \mapsto x + \sin(\pi x)$.

a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades $T_2(x)$ von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{1}{2}$.

b) Schätzen Sie mit Hilfe des Restglieds $R_2(x)$ den Fehler von $T_2(x)$ im Intervall $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ ab.

4. Aufgabe 9 Punkte

Gegeben sei die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = x \cdot e^{-x}$.

a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass $g^{(n)}(x) = (-1)^n(x - n) \cdot e^{-x}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

b) Bestimmen Sie $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

c) Berechnen Sie alle lokalen und globalen Extrema von g.

5. Aufgabe 12 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\text{a) } \int_0^1 t\cos(t^2 - 1)\, dt \qquad \text{b) } \int xe^{2x}\, dx$$

$$\text{c) } \int x^2(\cos(x^3))^2 \sin(x^3)\, dx \qquad \text{d) } \int \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$$