# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** WS 13/14
**Doz.: Hömberg, Kreusler, Penn-Karras, Phillip** 17. Feb 2014
**Ass.: Guillemard, Meiner**

## Februar – Klausur
## Analysis I für Ingenieure

Name: ........................................ Vorname: ........................................

Matr.–Nr.: .................................... Studiengang: ....................................

---

Neben einem handbeschriebenen A4-Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. **Für jede Aufgabe bitte ein neues Blatt verwenden.** Auf jedes Blatt bitte Name und Matrikelnummer schreiben. Mit Bleistift oder Rotstift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Bitte geben Sie im Zweifelsfalle auch Ihre Schmierzettel ab und markieren Sie diese entsprechend.

Geben Sie im Rechenteil immer den **vollständigen Rechenweg** und im Verständnisteil, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze, aber vollständige Begründung** an. **Insbesondere soll immer klar werden, welche Sätze oder Theoreme verwendet wurden!** Ohne Begründung bzw. Rechenweg gibt es **keine Punkte!**

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 30 Punkten bestanden, wobei in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 Punkte erreicht werden müssen.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | Σ |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |

| 4 | 5 | 6 | 7 | Σ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |

## Rechenteil

### 1. Aufgabe 10 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f$ mit

$$f(x) = x\sqrt{2 - x^2}.$$

a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D$ von $f$.

b) Auf welchen Teilintervallen von $D$ ist die Funktion $f$ monoton steigend bzw. fallend?

c) Ermitteln Sie alle globalen Minima und Maxima von $f : D \to \mathbb{R}$.

### 2. Aufgabe 10 Punkte

Berechnen Sie folgende Integrale

a) $\displaystyle\int \frac{2x+2}{x^2 - 2x} dx$

b) $\displaystyle\int_0^2 x^2 \cos(x^3)\, dx$

c) $\displaystyle\int_0^\pi (2 - x) \cos x \, dx$

### 3. Aufgabe 10 Punkte

a) Gegeben sei die komplexe Zahl $z = 3i + 3$. Berechnen Sie für $z$ die Darstellung in Polarkoordinaten.

b) Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 4 - 2i$ und $z_2 = 3\sqrt{2}e^{i\pi/4}$. Berechnen Sie die Differenz $z_1 - z_2$ und das Produkt $z_1 z_2$ in kartesischen Koordinaten.

c) Geben Sie die Lösung der folgenden Gleichung in kartesischen Koordinaten für $z \in \mathbb{C}$ an.

$$(\sqrt{3} - i)z = 2 + 2\sqrt{3}i.$$

## Verständnisteil

### 4. Aufgabe

9 Punkte

a) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(x)}{2x-\pi} & \text{falls } x > \frac{\pi}{2} \\ ax & \text{falls } x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

stetig ist.

b) Ist $f$ für $a = 5$ in $x = \frac{\pi}{2}$ differenzierbar?

### 5. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R},\ f(x) = x\sin(x)$.

a) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes für die Funktion $f$, dass es ein $\xi \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ gibt mit

$$\sin(\xi) + \xi\cos(\xi) = 1.$$

Begründen Sie zunächst, warum der Mittelwertsatz anwendbar ist.

b) Zeigen Sie, dass es ein $\widehat{\xi} \in [0, \frac{\pi}{2}]$ gibt mit $f(\widehat{\xi}) = 1$.

### 6. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit den Eigenschaften

$$f'(x) = f(x)\cos(x) + x - 1,$$
$$f(0) = 1.$$

a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Grades von $f$ mit der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

b) Hat $f$ in $x = 0$ eine lokale Extremstelle? Wenn ja, was für eine Extremstelle?

### 7. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$. Geben Sie reelle Folgen $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}, (c_n)_{n\in\mathbb{N}}, (d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ an, so dass

a) $\lim_{n\to\infty} a_n b_n = \infty$

b) $\lim_{n\to\infty} a_n c_n = 5$,

c) die Folge $(a_n d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ divergent, aber nicht bestimmt divergent ist.