TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 2001
Fakultät II, Institut für Mathematik 08.10.2001
Ferus/Frank/Krumke

Oktober–Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum$

Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (5 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine Funktion und $N_f(c)$ die Niveaumenge von f zum Niveau $c \in \mathbb{R}$. Kann f eingeschränkt auf $N_f(c)$ ein lokales Maximum oder Minimum annehmen? Bestimmen Sie diese wenn möglich!

2. Aufgabe (5 Punkte)

Es sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine 2–mal stetig differenzierbare Funktion. In den Punkten P_1, P_2, $P_3 \in \mathbb{R}^2$ gelte für den Gradienten und die Hesse–Matrix der Funktion f:

$$\mathrm{grad} f(P_1) = (0,0), \qquad \mathrm{grad} f(P_2) = (2,0), \qquad \mathrm{grad} f(P_3) = (0,0),$$

$$H_f(P_1) = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad H_f(P_2) = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -25 \end{pmatrix}, \quad H_f(P_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie für jeden der drei Punkte P_1, P_2 und P_3 an, ob dort ein lokales Maximum, ein lokales Minimum oder kein Extremalpunkt von f vorliegt.

3. Aufgabe (5 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y,z) = x + y + 2z$. Sei weiter $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ eine beliebige Schraubenlinie, die vom Punkt $(0,0,0)$ zum Punkt $(0,0,3)$ läuft. Bestimmen Sie für $\vec{v} = \mathrm{grad} f$ den Wert des Integrals

$$\int_\gamma \vec{v}\, \vec{ds}.$$

4. Aufgabe (5 Punkte)

Gegeben sei das stetig differenzierbare Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ und eine glatte, orientierte Fläche F mit glatter, bezüglich F positiv orientierter Randkurve K. Es gelte:

$$\int_K \vec{v}\ \vec{ds} = 2.$$

Bestimmen Sie wenn möglich den Wert des Integrals

$$\iint_F \mathrm{rot}\, \vec{v}\ \vec{dO}.$$

Begründen Sie Ihre Antwort.