TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fakultät II, Institut für Mathematik
Lutz

WS 2001
18.02.2002

Februar–Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum$(V)

1. Aufgabe (ohne Begründung!) (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ eine Funktion.

a) Welche der folgenden Bedingungen ist ein **notwendiges** Kriterium für die totale Differenzierbarkeit von f?

Bedingung	ja	nein
f ist integrierbar.	☐	☐
Alle $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ existieren und sind stetig.	☐	☐
Alle $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ existieren.	☐	☐
Es existiert eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ mit $\lim_{\vec{\Delta x}\to 0} \frac{f(\vec{w}+\vec{\Delta x})-f(\vec{w})-A\vec{\Delta x}}{\lvert\vec{\Delta x}\rvert} = 0$ für $\vec{w} = (4,-1,3)$.	☐	☐
Alle f_i sind stetig.	☐	☐

b) Welche der folgenden Bedingungen ist ein **hinreichendes** Kriterium für die totale Differenzierbarkeit von f?

Bedingung	ja	nein
f ist integrierbar.	☐	☐
Alle $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ existieren und sind stetig.	☐	☐
Alle $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ existieren.	☐	☐
Es existiert eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ mit $\lim_{\vec{\Delta x}\to 0} \frac{f(\vec{w}+\vec{\Delta x})-f(\vec{w})-A\vec{\Delta x}}{\lvert\vec{\Delta x}\rvert} = 0$ für $\vec{w} = (4,-1,3)$.	☐	☐
Alle f_i sind stetig.	☐	☐

Achtung: Bitte jeweils die **zutreffende** Antwort ankreuzen!

Begründungen nicht vergessen!

2. Aufgabe (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(t) := (\sin 2t) \cos t$.
Begründen Sie, warum

$$\int_{\pi}^{3\pi} f(t) \; dt = 0$$

gilt.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y, z) := 2x - y + 3z$.
Sei weiter $\vec{\gamma} : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ eine Kurve mit

$$\vec{\gamma}(t) := \begin{pmatrix} \sin t \\ t^2 \\ \cos t \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie für $\vec{v} := -\mathrm{grad} f$ den Wert des Integrals

$$\int_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot \vec{ds}.$$

4. Aufgabe (10 Punkte)

Sei $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld mit

$$\vec{v}(x, y, z) := \begin{pmatrix} 3x^2 y \\ x^3 + z \\ y + 1 \end{pmatrix}.$$

a) Überprüfen Sie, ob $\vec{v}$ ein Potential besitzt.

b) Überprüfen Sie, ob $\vec{v}$ ein Vektorpotential besitzt.