Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 02

Penn-Karras,Bärwolff,Förster,Unterreiter,Borndörfer 7. Oktober 2002

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurgebnisses unter Angabe meiner Matr.–Nr. (ohne Namen) am Schwarzen Brett und im WWW.

....
Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

3 Punkte

Geben Sie für die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) := \begin{cases} \frac{3x^3+y^3}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ an, wo diese existiert.

2. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei das Gradientenfeld $\vec{v} : D \to \mathbb{R}^3$ mit $D := \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid z > 0\}$ und

$$\vec{v}(x,y,z) := \begin{pmatrix} z\cos(xz+yz) \\ z\cos(xz+yz) \\ \frac{1}{z} + (x+y)\cos(xz+yz) \end{pmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie eine globale Stammfunktion von $\vec{v}$.

b) Berechnen Sie den Wert des Kurvenintegrals von $\vec{v}$ über die geschlossene Kurve, die durch das Quadrat mit den Eckpunkten $(0,0,\pi)$, $(1,0,\pi)$, $(1,1,\pi)$ und $(0,1,\pi)$ gebildet wird.

3. Aufgabe

14 Punkte

a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) := (x^2-y^2)^2 + (x^2-2)^2 + (y^2+2)^2.$$

Hinweis: Es existiert *mehr als ein* kritischer Punkt!

b) Besitzt die Funktion globale Extrema? Wenn ja, an welchen Punkten?

4. Aufgabe

9 Punkte

Es sei die Menge $B \subset \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$B := \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le x^2+y^2 \le 1\ ,\ 0 \le z \le \left(1-\sqrt{x^2+y^2}\right)^2\}.$$

Berechnen Sie das Volumen von B, d.h. $\iiint\limits_B 1 \, \mathrm{dx}\, \mathrm{dy}\, \mathrm{dz}$.

Hinweis: Verwenden Sie Zylinderkoordinaten.

5. Aufgabe

5 Punkte

Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ für $(x,y) \neq (0,0)$ definiert durch $f(x,y) = \frac{e^{(x^2+y^2)}-1}{x^2+y^2}$. Bestimmen Sie den Wert $f(0,0) = c$ so, dass $f(x,y)$ auf ganz $\mathbb{R}^2$ stetig ist.