Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik SS 03
Bärwolff, Förster, Scherfner, Tröltzsch 21. Juli 2003

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....
Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Geben Sie jeweils zwei Mengen $A, B \subset \mathbb{R}^2$ mit $B \subset A$ und $A \neq B$ an, so dass

a) $A \setminus B$ abgeschlossen,

b) $B \cap A$ abgeschlossen,

c) $A \setminus B$ weder abgeschlossen noch offen,

d) $A \setminus B$ offen,

e) $A \cup B$ abgeschlossen und offen

ist.

2. Aufgabe
7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2+y^2\ln x}{1+y^2} & \text{falls } x \geq 1, \quad y \in \mathbb{R} \\ \frac{x+y-1}{1+(x-1)^2} & \text{falls } x < 1, \quad y \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

a) Ist f in den Punkten (x,y) mit $x \neq 1$ stetig?

b) In welchen Punkten $(1,y)$ mit $y \in \mathbb{R}$ ist f stetig?

c) Berechnen Sie die rechtsseitige partielle Ableitung und die linksseitige partielle Ableitung von f in x-Richtung im Punkt $(1,1)$, also die rechts- und linksseitige Steigung in x-Richtung.

3. Aufgabe
4 Punkte

Geben Sie zu einer Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ die notwendige und die hinreichenden Bedingungen der Theorie der Extremwertaufgaben ohne Nebenbedingung für Minimal-, Maximal- und Sattelstellen an.

4. Aufgabe
10 Punkte

In der folgenden Tabelle bezeichnet $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld und $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ eine skalare Funktion. Kreuzen Sie an, ob der Ausdruck in der linken Spalte eine skalare Funktion, ein Vektorfeld oder nicht definiert ist.
(Jede richtige Antwort gibt 1 Punkt, jede falsche Antwort gibt einen Punkt Abzug. Minimale Punktzahl ist 0 Punkte.)

	Skalares Feld	Vektorfeld	nicht definiert
$\text{rot}(\text{rot } \vec{v})$			
$\text{div}(\text{div } \vec{v})$			
$\text{rot}(\phi \cdot \text{grad } \phi)$			
$\vec{v} \cdot \text{rot } \vec{v}$			
$\text{div}(\text{grad } \phi)$			
$\text{rot}(\vec{v} \times \vec{v})$			
$\phi \cdot \text{grad } \phi$			
$\text{div}(\vec{v} \times \text{rot } \vec{v})$			
$\text{grad}(\text{rot } \vec{v})$			
$\text{grad}(\text{div } \vec{v})$			

5. Aufgabe
5 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \sin x \\ y \\ \cos z \end{pmatrix}$. Ist $\vec{v}$ ein Potentialfeld? Welchen Wert hat das Kurvenintegral $\displaystyle\int_{\vec{c}} \vec{v} \cdot d\vec{s}$, für die Kurve $\vec{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 1 + \sin t \end{pmatrix}$, $t \in [0, 2\pi]$?

6. Aufgabe
4 Punkte

Parametrisieren Sie das Bogenstück AB auf der Ellipse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$ mit dem Anfangspunkt $A = (1, \sqrt{2})$ und dem Endpunkt $B = (\sqrt{2}, 0)$. Fertigen Sie eine Skizze des Bogenstücks an.