Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Bärwolff, Förster, Scherfner, Tröltzsch

SS 2003
13. Oktober 2003

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

12 Punkte

In der folgenden Tabelle sind verschiedene Mengen gegeben. Kennzeichnen Sie jeweils, ob die angegebene Eigenschaft zutrifft (mit +) oder nicht zutrifft (mit $\circ$). Es soll in jedes Feld ein Zeichen geschrieben werden.

(Jedes richtige Zeichen ergibt einen Punkt, jedes falsche Zeichen einen Punkt Abzug. Leergelassene Felder werden nicht bewertet. Minimale Punktzahl der Aufgabe ist 0 Punkte.)

Menge	offen	beschränkt	konvex
$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, 0 < x^2+y^2 < 10\right\}$			
$\left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 10\right\}$			
$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \sin x \cdot \cos y \neq 0\right\}$			
$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, -x^2-1 \leq y \leq x^2+1, \lvert x\rvert \leq 1\right\}$			

2. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ x \neq 0$ mit $f(x,y) = \sqrt{\frac{y}{x}}$. In welche Richtung hat die Funktion f im Punkt $(1,1)$ einen Anstieg von $\frac{1}{\sqrt{2}}$?

3. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben seien das Skalarenfeld $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ und das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Beweisen Sie die allgemeine Gültigkeit der Gleichung:

$$rot\ (\phi \cdot \vec{v}) = (grad\ \phi) \times \vec{v} + \phi \cdot rot\ \vec{v}.$$

4. Aufgabe

8 Punkte

Für das Vektorfeld $\vec{v} : D \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\vec{v}(x,y,z) = \frac{1}{x^2+y^2}\begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, (x,y) \neq (0,0)\right\}$$

ist $rot\ \vec{v} = \vec{0}$ auf D.

a) Zeigen Sie mit Hilfe einer geschlossenen Kurve, dass $\vec{v}$ **kein** Potentialfeld ist.

b) Es ist $rot\ \vec{v} = \vec{0}$ auf D. Wann existiert dann eine Stammfunktion von v? Wogegen wird hier verstoßen und welche Eigenschaft ist hier erfüllt?

5. Aufgabe

8 Punkte

a) Geben Sie eine Parametrisierung der Südhälfte der Erde an. Die Erde darf dabei als Kugel mit dem Radius $r = 6378$ km angesehen werden.

b) Geben Sie eine Parametrisierung des Volumens an, das sowohl außerhalb des Kegels $K = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^2+y^2 = z^2\right\}$ als auch innerhalb des Zylinders $Z = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^2+y^2 = 4, z \leq -1\right\}$ liegt.
Geben Sie dabei an, in welcher Höhe sich der Kegel und der Zylinder schneiden.