Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 03/04

Grigorieff, Penn-Karras 23.2.04

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Es sind keine **Taschenrechner** und **Handys** zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x, y) = ax + by + c,$$

wobei $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung von f an der Stelle $(1, 1)$.

b) Bestimmen Sie die Richtung des stärksten Anstiegs im Punkt $(x, y) = (3, 5)$.

2. Aufgabe 8 Punkte

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y, z) = \frac{1}{1 + y^2 + z^2}$$

und $\vec{v} := \operatorname{grad} f$. Weiter sei die Kurve C in $\mathbb{R}^3$ gegeben durch $\vec{\gamma} : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$,

$$\vec{\gamma}(t) = (\cos t, \sin t, t/\pi) .$$

Bestimmen Sie das Kurvenintegral $\int_C \vec{v} \cdot d\vec{s}$.

3. Aufgabe 8 Punkte

Es sei $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$\vec{f}(x, y, z) = (y, z, x) - (1, 2, 3) .$$

Wie sieht die Ableitungsmatrix von $\vec{f}$ aus?

4. Aufgabe 8 Punkte

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y, z) = (x + ay)^4$$

wobei a eine reelle Zahl ist und $\vec{v} := \operatorname{grad} f$.

a) Für welche $a \in \mathbb{R}$ hat $\vec{v}$ ein Potential auf $\mathbb{R}^3$?

b) Für welche $a \in \mathbb{R}$ hat $\vec{v}$ ein Vektorpotential auf $\mathbb{R}^3$?

5. Aufgabe

8 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Sie brauchen Ihre Antworten hier nicht zu begründen. Jede richtige Antwort gibt 1 Punkt, jede falsche -1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte und insgesamt gibt es keine negativen Punkte.

a) In Kugelkoordinaten ist das Volumenelement $dx\,dy\,dz = \sin\theta\, r\, dr\, d\phi\, d\theta$.

b) Eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ hat immer ein globales Minimum.

c) Ist $f\colon\ ]0,1[\to \mathbb{R}$ stetig, dann existiert das uneigentliche Integral $\int_0^1 f(x)\,dx$.

d) Ein Kurvenintegral $\int_C \vec{v}\cdot d\vec{s}$ hängt nur vom Anfangspunkt und Endpunkt der Kurve C ab.

e) Ist D die Kreisscheibe im $\mathbb{R}^2$ um den Ursprung mit Radius π, dann ist $\iint_D \sin x\,dx\,dy = 0$.

f) Die 2π-periodische Fourierreihe der Funktion $f(x) = \sin^2 x$ hat nur endlich viele Terme.

g) Ist $\operatorname{grad} f(0,0) = (0,0)$ und die Determinante der Hesseschen Matrix an der Stelle $(0,0)$ negativ, dann hat f an der Stelle (0,0) ein lokales Maximum.

h) Sei $D \subset \mathbb{R}^3$ offen und $\vec{v}\colon D \to \mathbb{R}^3$. Dann folgt aus $\operatorname{rot}\vec{v} = \vec{0}$, dass $\vec{v}$ auf ganz D ein Potential besitzt.