Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 03/04
Grigorieff, Penn-Karras 5.4.04

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:
In welchem Semester haben Sie die erreicht? ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Es sind keine **Taschenrechner** und **Handys** zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe
10 Punkte

Entscheiden Sie, welche der folgenden Integrale existieren. Im Falle der Existenz, berechnen Sie den Wert des Integrals. Im Falle der Nichtexistenz, geben Sie eine Begründung an.

$$\textbf{(i)} \int_0^2 \frac{3dx}{x^2+3x}, \qquad \textbf{(ii)} \int_2^\infty \frac{3dx}{x^2+3x}, \qquad \textbf{(iii)} \int_0^\infty \frac{3dx}{x^2+3x}.$$

2. Aufgabe
10 Punkte

Schreiben Sie die Funktion $f(x) = x$ auf dem Intervall $[0, \pi]$ als eine Fourierreihe, die nur Cosinus-Terme enthält. Setzen Sie dazu die Funktion $f(x)$ in geeigneter Weise auf ein größeres Intervall fort.

3. Aufgabe
10 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x, y) = (x+1)^2 + (y-1)^2 .$$

a) Skizzieren Sie die Niveaumengen $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = c\}$ von f für $c = 0$, $c = 1$ und $c = 2$.

b) Es sei $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 8\}$. Berechnen Sie das globale Maximum und das globale Minimum von f auf D.

4. Aufgabe
10 Punkte

Gegeben sei die Menge K im $\mathbb{R}^3$,

$$K = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z^2,\ 0 \leq z \leq 1\right\}.$$

Weiter sei ∂K die Oberfläche von K.

a) Skizzieren Sie K.

b) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes das Oberflächenintegral

$$\iint_{\partial K} \vec{v} \cdot d\vec{O} .$$

Dabei zeige der Normalenvektor an ∂K aus K heraus, und das Vektorfeld $\vec{v}$ sei gegeben durch

$$\vec{v}(x, y, z) = (x + y, x + z, y + z) .$$