Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 03/04
Grigorieff, Penn-Karras 5.4.04

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Es sind keine **Taschenrechner** und **Handys** zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe
8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x,y) = 5x^3 + (y-1)^2 + 7x(y-1)$$

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung von f an der Stelle $(0,1)$ bis zur 2. Ordnung. Vereinfachen Sie Ihr Resultat soweit wie möglich.

2. Aufgabe
8 Punkte

Es sei $\vec{v}(x,y,z) = (2x, 2y, 2z)$ und C der Halbkreisbogen auf der Kugel um den Ursprung mit Radius 2, der in der x,y–Ebene von $(2,0,0)$ über $(0,2,0)$ nach $(-2,0,0)$ verläuft. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_C \vec{v} \cdot d\vec{x} \ .$$

3. Aufgabe
8 Punkte

Es sei $\vec{f}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine differenzierbare Funktion, deren Ableitungsmatrix an der Stelle (1,0) gegeben ist durch

$$D\vec{f}(1,0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Weiter sei $\vec{g}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$\vec{g}(x,y) = \begin{pmatrix} 3x + 4y + 1 \\ 5x - 7y \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die Ableitungsmatrix von $\vec{f} \circ \vec{g}(x,y) = \vec{f}\big(\vec{g}(x,y)\big)$ an der Stelle $(0,0)$.

4. Aufgabe
8 Punkte

Ist die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f(x,y) = |x+y| \ ,$$

differenzierbar an der Stelle (0,0)? (Begründen Sie auch hier Ihre Antwort.)

5. Aufgabe

8 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind. Sie brauchen Ihre Antworten hier nicht zu begründen. Jede richtige Antwort gibt 1 Punkt, jede falsche -1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte und insgesamt gibt es keine negative Punktzahl. (Lösungen **nicht** auf das Aufgabenblatt schreiben.)

a) In Polarkoordinaten ist das Flächenelement $dx\,dy = r\,\sin\phi\,dr\,d\phi$.

b) Ist f auf dem abgeschlossenen Quadrat $[0,1]\times[0,1]$ stetig, dann ist f auf dem offenen Quadrat $]0,1[\times]0,1[$ differenzierbar.

c) Das Integral $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^p}\,dx$ ist konvergent für alle $p > 1$.

d) Ist C eine geschlossene Kurve in $\mathbb{R}^2$ und $\vec{v} = \operatorname{grad} u$ mit $u\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, dann ist $\int_C \vec{v}\cdot d\vec{x} = 0$.

e) Ist $\vec{v}$ ein Vekorfeld im $\mathbb{R}^3$ mit $\operatorname{div}\vec{v} = 0$ und ist S ein Flächenstück im $\mathbb{R}^3$, dann ist das Oberflächenintegral $\int_S \vec{v}\cdot d\vec{O} = 0$.

f) Die komplexe Fourierreihe der Funktion $f(x) = \sin(3x)e^{7ix}$ hat nur endlich viele Terme.

g) Ist $\operatorname{grad} f(0,0) = (0,0)$ und die Determinante der Hesseschen Matrix an der Stelle $(0,0)$ positiv, dann hat f an der Stelle (0,0) immer ein Minimum.

h) Der Vektor $(1,0,\frac{\partial f}{\partial x}) \times (0,1,\frac{\partial f}{\partial y})$ (mit $\times$ Vektorprodukt) ist ein Normalenvektor an den Graphen der Funktion $x, y \to f(x,y)$.