

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:
In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie die Mantelfläche (Flächeninhalt) des Kegels

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z^2\}$$

zwischen den Ebenen $z = 0$ und $z = 3$.

2. Aufgabe

8 Punkte

Zeigen Sie, dass das Vektorfeld $\vec{V} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2xy - y \sin x \\ \cos x + x^2 + z \cos y \\ 3z^2 + \sin y \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld ist. Berechnen Sie eine Stammfunktion von \vec{V} .

3. Aufgabe

5 Punkte

Berechnen Sie unter Verwendung von Zylinderkoordinaten das Integral

$$\iiint_M \frac{1}{\sqrt{z} \sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz$$

mit $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, z \in [0, 1]\}$.

4. Aufgabe

12 Punkte

a) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = xy + y + z^3$ unter der Nebenbedingung $x^2 = y^2$.

b) Argumentieren Sie anschaulich, dass f auf der Nebenbedingung $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 = y^2\}$ kein lokales Maximum oder Minimum annimmt.

5. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{V} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \vec{V}(x, y) = (2x^2 - 3y, x^2 + xy)^T.$$

Bestimmen Sie $\int_\gamma \vec{V} \cdot d\vec{s}$, wobei γ der Rand des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(0,2)$ und $(1,1)$ ist. Der Rand soll im mathematisch positiven Sinn durchlaufen werden.