# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** SS 04
**Bärwolff, Fuhrmann, Mehl, Penn-Karras, Scherfner** 15. Juli 2004

## Juli – Klausur (Verständnisteil)
## Analysis II für Ingenieure

Name: .............................. Vorname: ..............................

Matr.–Nr.: .......................... Studiengang: ..........................

---

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |

## 1. Aufgabe 3 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x + e^{yz}$, und eine Kurve $\gamma$, die auf der Einheitssphäre vom Punkt $(1, 0, 0)$ zum Punkt $(0, 0, 1)$ verläuft. Welchen Wert hat das Kurvenintegral $\int\limits_{\gamma} \operatorname{grad} f \cdot \vec{ds}$?

## 2. Aufgabe 5 Punkte

Wie groß ist der Wert des Flussintegrals $\iint_S \vec{V} \cdot d\vec{O}$ des Vektorfeldes $\vec{V} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{V}(x, y, z) = (2x+y^2\ ,\ z-\sin^2 x\ ,\ y-z)^T$, wobei $S = \partial B$ die Oberfläche des regulären Bereichs $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\ ,\ z \geq 0\}$ ist.
Hinweis: Verwenden Sie einen geeigneten Integralsatz und elementargeometrische Kenntnisse.

## 3. Aufgabe 8 Punkte

Berechnen Sie folgendes Integral, indem Sie die Integrationsreihenfolge ändern:

$$\int\limits_0^4 \int\limits_{\sqrt{y}}^2 \frac{1}{1+x^3} dxdy\ .$$

## 4. Aufgabe 7 Punkte

Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2\sqrt{|y|}}{x^2+y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

im Punkt $(0, 0)$ stetig ist.
Existiert auch die partielle Ableitung $\frac{\partial f(0,0)}{\partial y}$ ?

## 5. Aufgabe 5 Punkte

Die Punkte $P_1 = (1, 0)$, $P_2 = (0, 1)$ und $P_3 = (-1, 0)$ mit $f(P_1) = 2$, $f(P_2) = -1$ und $f(P_3) = 0$ seien die einzigen kritischen Punkte einer stetig differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ unter der Nebenbendingung $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$. Bei welchem Punkt handelt es sich um eine Maximalstelle, Minimalstelle bzw. Sattelstelle?

## 6. Aufgabe 12 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr (Begründung!), welche sind falsch (Gegenbeispiel!)?

a) Eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ hat immer globale Maxima und Minima.

b) Jede Folge, deren sämtliche Glieder in einer kompakten Menge liegen, ist konvergent.

c) Wenn für $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ alle partiellen Ableitungen existieren und stetig sind, dann ist $f$ stetig.

d) Kompakte, nichtleere Mengen in $\mathbb{R}^3$ sind niemals offen.

e) Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion.
Dann gilt: $\int\limits_a^b \int\limits_c^d f(x, y)\ dxdy = \int\limits_c^d \int\limits_a^b f(x, y)\ dydx.$