Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 04

Bärwolff, Fuhrmann, Mehl, Penn-Karras, Scherfner 21. Juli 2004

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure
Lösungsblatt

---

1. Aufgabe

3 Punkte

$$\int_\gamma \operatorname{grad} f \cdot \vec{ds} \;=\; f(0,0,1) - f(1,0,0) \;=\; 1 - 2 = -1.$$

2. Aufgabe

5 Punkte

Man findet $\operatorname{div}\vec{V} = 1$.

$$\iint_S \vec{V} \cdot d\vec{O} \;=\; \iiint_B 1 dxdydz \;=\; \frac{2}{3}\pi.$$

3. Aufgabe

8 Punkte

$$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|y \in [0,4], \sqrt{y} \le x \le 2\} \;=\; \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|x \in [0,2], 0 \le y \le x^2\}$$

Deshalb

$$\begin{aligned}\iint_B \frac{1}{1+x^3} dxdy &= \int_0^2 \int_0^{x^2} \frac{1}{1+x^3} dydx \\ &= \int_0^2 x^2 \frac{1}{1+x^3} dx \;=\; \frac{1}{3} \ln(1+x^3)|_0^2 \;=\; \frac{2}{3} \ln 3\end{aligned}$$

4. Aufgabe

7 Punkte

Für $(x,y) \neq \vec{0}$

$$f(x,y) = \frac{x^2\sqrt{|y|}}{x^2+y^2} \overset{3}{\le} \frac{x^2\sqrt{|y|}}{x^2} = \sqrt{|y|} \xrightarrow{2} 0 \text{ für } (x,y) \longrightarrow (0,0)$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(0,0+h) - f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{0-0}{h} = 0.$$

d.h. die Ableitung $\frac{\partial f(0,0)}{\partial y}$ existiert.

5. Aufgabe

5 Punkte

Die NB ist kompakt, also nimmt f dort globales Max. und Min an.

Vergleich der Werte liefert: P_1 ist Maximal- und P_2 ist Minimalstelle.

P_3 ist kein lok. Maximum, denn wäre P_3 lok. Max., so müsste auf demjenigen Kreisabschnitt zwischen P_3 und P_1, auf welchem P_2 nicht liegt, noch ein weiteres lok. Min. liegen (*).
Analoger Schluss : P_3 ist auch kein lok. Min; folgl. ist P_3 ein Sattelpunkt.
(*): Zwischen zwei lok. Max. auf einem Intervall liegt mind. ein lok. Min.

6. Aufgabe

12 Punkte

a) falsch, Gegenbsp. $f(\vec{x}) = x^3$

b) falsch, Gegenbsp. $a_n = (-1)^n$

c) richtig, denn dann ist f diffb. und damit auch stetig

d) richtig, denn Kompakheit impliziert Abgeschlossenheit. Wäre eine komp. Menge auch offen, so wäre sie also gleichzeitig offen und abgeschlossen, was nur für die leere Menge oder den ganzen $\mathbb{R}^n$ gilt. Die leere Menge ist nach Vorausssetzung ausgeschlossen und $\mathbb{R}^n$ nicht kompakt. Widerspruch! D.h. die Behauptung ist richtig.

d) richtig, Integrationsgebiet ist ein Rechteck, Integrationsgrenzen hängen weder von x noch von y ab.