Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 04
Bärwolff, Fuhrmann, Mehl, Penn-Karras, Scherfner 11.10.2004

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 7 Punkte

Bestimmen der Integrationsgrenzen:
Schreiben Sie das Integral $\iiint\limits_M f\ dV$ in die Form

$$\int_a^A \int_b^B \int_c^C f(x,y,z)\ dxdydz$$

um. Die Menge M ist dabei

$$M = \{x^2 + y^2 \leq 1\} \cap \{z \geq 0\} \cap \{x + y + z \leq 2\} \ .$$

2. Aufgabe 6 Punkte

Welche der folgenden Mengen ist offen, abgeschlossen oder kompakt?

$$A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = n^2,\ n \in \mathbb{N}\right\} \ ;$$
$$B = \left\{\left(\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right) \in \mathbb{R}^2 \mid k \in \mathbb{N}\right\} \ ;$$
$$C = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\right\} \cap \left([0,1] \times [0,1]\right) \ .$$

3. Aufgabe 7 Punkte

Gegeben sei eine Fläche im $\mathbb{R}^3$ durch die Parametrisierung

$$\Psi(\phi, h) = \begin{pmatrix} h\cos\phi \\ h\sin\phi \\ h^2 \end{pmatrix} \ , \quad \phi \in [0, 2\pi),\ h \in [0, \infty) \ .$$

Geben Sie diese Fläche als 0-Niveau einer Funktion f an.

4. Aufgabe 6 Punkte

Zeigen Sie, dass sich die beiden Niveauflächen

$$x + 2y - \ln z = -4 \quad \text{und} \quad x^2 - xy - 8x + z = -5$$

im Punkt $(2, -3, 1) \in \mathbb{R}^3$ berühren, d.h. dass sie an diesem Punkt die gleiche Tangentialebene besitzen.

5. Aufgabe 6 Punkte

Bestimmen Sie das Flussintegral $\iint\limits_S \vec{v}\, d\vec{O}$ des Vektorfeldes

$$\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 , \quad \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -xy^2 \\ x^2 \sin z \\ zy^2 \end{pmatrix} ,$$

durch die gesamte Oberfläche S des Zylinderabschnittes

$$Z = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \ , \ |z| \leq 1 \right\} \ .$$

6. Aufgabe 8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen ist wahr (mit Begründung!), welche falsch (mit Gegenbeispiel!)? Für Antworten ohne Begründung bzw. Gegenbeispiel gibt es keine Punkte.

a) Die vektoriellen Oberflächenelemente $d\vec{O}$ der Parametrisierungen $\Psi(u, v)$ und $\widetilde{\Psi}(u, v) := \Psi(v, u)$ haben unterschiedliche Vorzeichen, sind aber ansonsten gleich.

b) Für alle total differenzierbaren Funktionen $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit stetigen partiellen Ableitungen gilt $\Delta f = 0$.

c) Differenzierbare Funktionen haben auf kompakten Mengen stets mindestens ein Maximum und Minimum.

d) Es gibt keine Mengen ohne Rand, d.h. deren Randmenge die leere Menge ist.