Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 04/05

Bärwolff, Grigorieff 4. April 2005

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Es sei f die 2π-periodische Funktion $f(t) = 1$, $t \in \mathbb{R}$. Ist die Funktion f gerade oder ungerade? Bestimmen Sie alle Fourierkoeffizienten von f. Überprüfen Sie das Ergebnis mit der Parsevalschen Gleichung.

2. Aufgabe

10 Punkte

Es seien $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ und $\vec{g} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$f(x, y, z) = xy + z, \quad \vec{g}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ \frac{1}{t^2+1} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Ableitungsmatrix der verketteten Funktion $\vec{g} \circ f$.

3. Aufgabe

12 Punkte

Es sei

$$K = \{(x, y, z)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 < 1\}.$$

Beantworten Sie die folgenden Fragen auf einem anderen Blatt (d.h. nicht auf dem Aufgabenblatt). Geben sie **ohne** Begründung an, welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch ist. Für jede richtige Antwort gibt es zwei Punkte, für jede falsche Antwort werden zwei Punkte abgezogen (minimal erreichbare Punktzahl ist Null).

1) Die Menge K ist abgeschlossen.
2) Die Menge K ist kompakt.
3) Es gilt $\iiint\limits_K dxdydz = 1$.
4) Es sei $f : K \to \mathbb{R}$ stetig partiell differenzierbar und auf K gelte $\operatorname{grad} f \equiv \vec{0}$. Dann ist f konstant auf K.
5) Es sei $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein stetig differenzierbares Vektorfeld und es gelte $\iiint\limits_K \operatorname{div} \vec{v}\, dxdydz = 0$. Dann besitzt $\vec{v}$ ein Vektorpotential.
6) Es sei $f : K \to \mathbb{R}$ zweimal stetig partiell differenzierbar. Dann hat f in K immer ein Minimum.

4. Aufgabe

12 Punkte

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

In welchen Punkten $(x, y)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^2$ ist f stetig? In welchen Punkten $(x, y)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^2$ ist f partiell nach x, in welchen Punkten partiell nach y differenzierbar? Ist f in $(0, 0)^{\mathrm{T}}$ total differenzierbar?