Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik SS 05
Förster, Lübbecke, Penn-Karras, Tischendorf 18.07.2005

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Berechnen Sie die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$. Ist die Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}$ in $(0,0)$ stetig?

2. Aufgabe 10 Punkte

Ermitteln Sie den Fluß des Vektorfeldes $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
mit $\vec{v}(x,y,z) = (\frac{x^3}{3},\ \frac{y^3}{3},\ 0)^T$ durch die gesamte Oberfläche des Körpers K, der von den Flächen $x^2 + y^2 = z$ und $z = 1$ berandet wird.
Hinweis: Benutzen Sie einen Integralsatz und anschließend Zylinderkoordinaten.

3. Aufgabe 6 Punkte

Parametrisieren Sie die Rotationsfläche, die durch Drehung der in der $yz-$Ebene liegenden Parabel $z = y^2$ um die $z-$Achse im $\mathbb{R}^3$ entsteht.

4. Aufgabe 7 Punkte

Geben Sie für die folgenden Mengen A, B, C jeweils die Menge der Randpunkte an. Welche der Mengen sind offen, welche sind abgeschlossen und welche sind beschränkt?
$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$
$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$
$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < |y|\}$

5. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei das trigonometrische Polynom $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
mit $f(x) = a + b\sin x + c\cos 2x$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$.
Für welche Werte von a, b, c ist die Funktion f
a) gerade b) ungerade c) weder gerade noch ungerade?

6. Aufgabe 4 Punkte

Geben Sie ohne Begründung an, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind. Jede richtige Antwort gibt einen Punkt, jede falsche Antwort einen Punkt Abzug. (Minimale Punktzahl ist Null.)

a) Wenn für die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ für jedes Paar $a, b \in \mathbb{R}$ $\lim\limits_{k\to\infty} f(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}) = f(0,0)$ gilt, so ist f stetig in $(0,0)$.

b) Ist $D \subset \mathbb{R}^3$ offen und $\vec{v}\colon D \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld mit $\operatorname{rot}\vec{v} = \vec{0}$, dann besitzt $\vec{v}$ auf D ein Potential.

c) Ist $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig partiell differenzierbar, so gilt $\operatorname{rot}\operatorname{grad} f = \vec{0}$.

d) Ist $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig partiell differenzierbar, dann ist f stetig auf $\mathbb{R}^3$.