Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 05/06

Bärwolff, Tröltzsch 20. Februar 2006

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Skizzieren Sie folgende Mengen und entscheiden Sie mit Begründung, ob sie offen, abgeschlossen und/oder kompakt sind. Geben Sie die jeweilige Menge der Randpunkte an.

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2y^2 \leq 4,\ x < 100\}$,

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 < 4\}$.

2. Aufgabe 7 Punkte

Für die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gelte $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 3$. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert folgende Potenzreihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n b_n (x-2)^n$$

3. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei die 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|,\ x \in]-\pi, \pi]$. Die Fourierreihe von f lautet: $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$.

a) Skizzieren Sie f. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Fourierreihe gegen f? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

b) Zeige: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

4. Aufgabe 10 Punkte

Gegeben sei die Kurve $\vec{\gamma} : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} 2\cos(t) \\ 3\sin(t) \\ 0 \end{pmatrix}$ und das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ \ \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^5y^6 + z \\ x^6y^5 - z \\ z^2 \end{pmatrix}$. Berechne $\int\limits_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$.

Hinweis: Satz von Stokes.

5. Aufgabe 9 Punkte

Berechnen Sie das Kurvenintegral $\displaystyle\int_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$ mit

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}, \qquad \vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} t\cos^2(\pi - t) \\ t^2 \sin^3 t \\ \sqrt{t(\pi - t)} \end{pmatrix} \quad \text{mit } 0 \leq t \leq \pi\,.$$

Hinweis: Untersuchen Sie, ob $\vec{v}$ ein Potentialfeld ist.