Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 05/06

Bärwolff, Tröltzsch 10. April 2006

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Skizzieren Sie folgende Mengen und entscheiden Sie mit Begründung, ob sie offen, abgeschlossen und/oder kompakt sind.

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0,\ x^2 + y^2 \leq 4\}$,

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \geq x^2 + 1\}$.

2. Aufgabe 9 Punkte

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $f(x, y) = \begin{pmatrix} e^x - e^{y^2} \\ e^y - e^{x^2} \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Ableitung der Komposition $(f \circ f)(x, y) = f(f(x, y))$ an der Stelle $(0, 0)$.

3. Aufgabe 7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x, y, z) = x^3 e^{\cos(y+z)} e^{\sin(y+z)}$, das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ \vec{v} =$grad$(f)$ sowie die Kurve $\vec{\gamma} : [0, \pi] \to \mathbb{R}^3,\ \vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 + t \\ -t^2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie

$$\int_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot \vec{ds}.$$

4. Aufgabe 8 Punkte

Seien $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 > 1\},\ \vec{v} : \mathbb{R}^3 \supset B \to \mathbb{R}^3,\ \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$.

a) Ist B konvex?

b) Besitzt das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \supset B \to \mathbb{R}^3$ ein Potential?

5. Aufgabe 8 Punkte

Die Fläche F sei gegeben durch die Parametrisierung

$\vec{x}(r, \varphi) = \begin{pmatrix} r\cos(\varphi) \\ r\sin(\varphi) \\ e^r \end{pmatrix}$ mit $0 \leq r \leq 2$ und $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

a) Skizzieren Sie die Fläche F.

b) Steht der Vektor $(-e, 0, 1)^T$ senkrecht auf der Tangentialebene von F im Punkt $\vec{x}(1, 0)$?