Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2006
Kaibel, Luger, Penn-Karras, Pfetsch 24.07.2006

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = y(x+1) - 1$.
a) Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.
b) Hat f auf $\mathbb{R}^2$ ein globales Maximum?
c) Ermitteln Sie den kleinsten Funktionswert von f für alle $(x,y) \in D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \le 1\}$.

2. Aufgabe

5 Punkte

Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2}\, dydx$
unter Verwendung von Polarkoordinaten.
Hinweis: Skizzieren Sie zunächst den Integrationsbereich in der xy-Ebene.

3. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie das Kurvenintegral $\displaystyle\int_{\vec{c}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$ für das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$
mit $\vec{v}(x,y) = \begin{pmatrix} y^2 + \cos x \\ \cos x \end{pmatrix}$ längs der Kurve $\vec{c}$,
wobei $\vec{c}$ der Graph $y = f(x) = \sin x$ mit $x \in [0, 2\pi]$ ist.

4. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Flächenstücks
$F := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 2x + 2y,\ 0 \le x \le 2,\ \frac{x}{2} \le y \le 2x\}$.

5. Aufgabe

5 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\operatorname{rot} \vec{v} = \vec{0}$:

$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2z^2x + y\cos x + e^z \\ \sin x + e^y \\ 2zx^2 + xe^z \end{pmatrix}.$$

Ermitteln Sie ein Potential von $\vec{v}$.

6. Aufgabe

5 Punkte

Die Abbildung $\vec{f}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ habe die Funktionalmatrix $\vec{f}\,'(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 & 1 \\ 0 & \cos y \end{pmatrix}$.

Die Abbildung $\vec{g}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sei gegeben mit $\vec{g}(x,y) = \begin{pmatrix} y - x \\ xy \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie $\vec{g}\,'(x,y)$ und $(\vec{f} \circ \vec{g})'(1,0)$.