Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2006

Kaibel, Luger, Penn-Karras, Pfetsch 24.07.2006

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	7	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y\sqrt{|xy|}}{2x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Ist f im Punkt $(0,0)$ stetig?
b) Ist f im Punkt $(0,0)$ differenzierbar?
c) Existiert die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$?

2. Aufgabe 5 Punkte

Gegeben sei die Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k(2x-1)^k$ mit $\lim\limits_{k\to\infty} b_k = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
Ermitteln Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe konvergent ist.

3. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y,z) = \frac{1}{1+x^2+z^2}$
und $\vec{v}(x,y,z) = \text{grad}_{(x,y,z)}\, f$.

Ermitteln Sie den Wert des Kurvenintegrals $\int\limits_{\vec{x}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$

für die Kurve $\vec{x}\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{x}(t) = (\cos t,\, \sin t,\, \frac{t}{\pi})$.

4. Aufgabe 6 Punkte

Notieren Sie das Integral $\int\limits_{2}^{5}\int\limits_{y-1}^{4} f(x,y)\,dxdy$ in der Form $\int\int f(x,y)\,dydx$
mit geeigneten Grenzen.

5. Aufgabe 5 Punkte

Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y,z) = (x+ay+1)^4 + z^2$ und $a \in \mathbb{R}$.
Ferner sei $\vec{v}(x,y,z) = \text{grad}_{(x,y,z)} f$.
Gibt es ein $a \in \mathbb{R}$, so dass $\vec{v}$ auf $\mathbb{R}^3$ ein Vektorpotential besitzt?

6. Aufgabe 6 Punkte

Die Mantelfläche eines Kegels der Höhe h entstehe, indem man die Gerade $x = \frac{z}{2}$ um die z-Achse rotieren läßt.
Parametrisieren Sie diese Mantelfläche.

7. Aufgabe 6 Punkte

Ermitteln Sie den Fluß des Vektorfeldes $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
mit $\vec{v}(x,y,z) = (-z+x,\, x^2+y,\, x^2+z)^T$ durch die gesamte Oberfläche ∂K (Orientierung nach außen) des dreidimensionalen Körpers
$K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2+y^2 \leq 2,\ 1 \leq z \leq 2\}$.