Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2006
Kaibel, Luger, Penn-Karras, Pfetsch 09.10.2006

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe — 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} x \cdot \arctan \frac{1}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Existieren die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$?
Berechnen Sie diese wenn möglich.
Ist f im Punkt $(0,0)$ stetig? (Begründung!)

2. Aufgabe — 6 Punkte

Parametrisieren Sie die Fläche
$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = (1-z)^2,\ 0 \le z \le \frac{1}{2}\}$

3. Aufgabe — 6 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (-xy^2,\ y + x\sin z,\ zy^2)^T$.
Ermitteln Sie den Fluß von $\vec{v}$ durch die gesamte Oberfläche ∂K des Körpers
$K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \le x \le 3,\ 1 \le y \le 4,\ 2 \le z \le 4\}$.

4. Aufgabe — 7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$.
a) Nimmt f auf $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| \le 1\}$ einen kleinsten bzw. einen größten Funktionswert an?
b) Nimmt f auf $\mathbb{R}^2$ einen kleinsten bzw. einen größten Funktionswert an?

5. Aufgabe — 6 Punkte

Gegeben sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y,z) = xy - yz$ und eine Kurve $\vec{c}$,
die auf der Kugeloberfläche $K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 2\}$ vom Punkt $(0,1,1)$ zum Punkt $(1,1,0)$ verläuft.
Ermitteln Sie den Wert des Kurvenintegrals $\displaystyle\int_{\vec{c}} \operatorname{grad} f \, \vec{ds}$

6. Aufgabe — 7 Punkte

Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{1+y^3}\, dy dx$ indem Sie die Integrationsreihenfolge vertauschen und dementsprechend die Grenzen ändern.