Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 06/07
Ferus/Grigorieff/Renesse 19. Februar 2007

Februar – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k x^k}{\sqrt{(3k-2)2^k}}.$$

a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius.

b) Konvergiert die Potenzreihe am linken Randpunkt des Konvergenzbereichs?

2. Aufgabe 7 Punkte

$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei definiert als $f(x,y) = (x+1)^2 + (y+1)^2$.

a) Skizzieren Sie die Niveaulinien $\{\binom{x}{y} | f(x,y) = c\}$ für $c = 0$, $c = 2$, $c = 4$.

b) Warum ist f differenzierbar?

c) Geben Sie den Gradienten von f an.

d) Begründen Sie, dass

$$\lim_{|\binom{x}{y}| \to \infty} f(x,y) = \infty$$

gilt.

3. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = x^2 y - 2x^2 - y^2 - 5y.$$

Finden Sie die kritischen Stellen und bestimmen Sie, ob an der Stelle $\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum vorliegt.

4. Aufgabe 10 Punkte

Gegeben sei das auf $\mathbb{R}^3$ definierte Vektorfeld

$$\vec{F}_\alpha(x,y,z) = \begin{pmatrix} \sin(z) \\ \alpha y z \\ x\cos(z) + y^2 \end{pmatrix}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$. Weiter sei $\vec{\gamma}$ die Kurve im Raum mit folgender Parametrisierung:

$$\varphi \mapsto \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \\ \varphi \end{pmatrix}, \varphi \in [0, \frac{3}{2}\pi].$$

a) Skizzieren Sie $\vec{\gamma}$.

b) Zeigen Sie, dass $\vec{F}_\alpha$ nur für $\alpha = 2$ eine Stammfunktion besitzt.

c) Geben Sie eine Stammfunktion für $\alpha = 2$ an.

d) Berechnen Sie $\int_{\vec{\gamma}} \vec{F}_2 \cdot \vec{ds}$.

e) Berechnen Sie $\int_{\vec{\gamma}} \vec{F}_0 \cdot \vec{ds}$ (Sie dürfen $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} \sin^2(t)\, dt = \frac{3}{4}\pi$ benutzen).

5. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben sei $B = \{\binom{x}{y} | y \leq 0, x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

a) Skizzieren Sie B.

b) Berechnen Sie $\iint_B xy \, dxdy$, indem Sie Polarkoordinaten verwenden.

Berechnen Sie dabei alle auftretenden Integrale.