

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

4 Punkte

Berechnen Sie die Hessematrix der Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = \frac{\ln(x)}{y}.$$

2. Aufgabe

9 Punkte

Finden Sie alle lokalen Maximal- und Minimalstellen der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1.$$

Untersuchen Sie, ob die von Ihnen gefundenen lokalen Extrema auch globale Extrema sind.

3. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben seien die auf \mathbb{R}^3 definierten Vektorfelder

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2xy + e^x \\ x^2 + yz^2 \\ zy^2 \end{pmatrix}$$

und

$$\vec{u}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + z \\ 0 \\ z \end{pmatrix}$$

sowie die Kurve $\vec{\gamma}$, die die Punkte $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ entlang einer Geraden verbindet.

- Entscheiden Sie ob \vec{v} , \vec{u} Potentialfelder sind und finden sie gegebenenfalls eine Stammfunktion.
- Parametrisieren Sie die Kurve $\vec{\gamma}$.
- Berechnen Sie $\int_{\vec{\gamma}} \vec{u} \cdot d\vec{s}$ sowie $\int_{\vec{\gamma}} \vec{v} \cdot d\vec{s}$.

4. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie das Volumen des folgenden Körpers K :

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 0 \leq x \leq 1, 2x \leq y \leq 2x + 1, 0 \leq z \leq x \right\}$$

5. Aufgabe

10 Punkte

Es sei $E = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0 \right\}$. Skizzieren Sie E und die Schnittmengen von E mit der xy -Ebene. Berechnen Sie mit dem Satz von Stokes

$$\iint_E \operatorname{rot} \vec{v} \cdot d\vec{O},$$

wobei

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -x - y \\ x \\ xy \sin(z) \end{pmatrix}.$$

Sie dürfen $\int_0^{2\pi} \sin(t) \cos(t) dt = 0$ benutzen.