Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2007

Bärwolff, Grosse-Erdmann, Schmies, Trunk 23.07.2007

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Geben Sie an, welche der Eigenschaften offen, abgeschlossen, beschränkt, kompakt die folgenden Mengen jeweils haben.

$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 = z\}$
$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 1 < x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$
$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, \sin x = 0\}$
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, |x| + |y| < 1\}$

2. Aufgabe 8 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 \cos y}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Ist f im Punkt $(0,0)$ stetig?
b) Existieren die partielle Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$? Ermitteln Sie diese gegebenenfalls.

3. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei die Kurve $\vec{x}\colon [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{x}(t) = (4\cos t,\ 9\sin t,\ 0)^T$.
Ermitteln Sie auf geeignete Weise den Wert des Kurvenintegrals $\int\limits_{\vec{x}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$
für das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (-2x\cos y,\ x^2 \sin y,\ 2)^T$.

4. Aufgabe 6 Punkte

Ermitteln Sie den Wert des Flußintegrals $\iint\limits_{\partial B} \vec{v} \cdot \vec{dO}$
für das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (-\frac{1}{3}x^3,\ 2y - \frac{z}{1+x^2},\ zx^2)^T$.
Dabei sei ∂B die gesamte Oberfläche von B (mit nach außen weisendem Normalenvektor) mit
$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1,\ 0 \leq z \leq 2 - 2y\}$.

5. Aufgabe 6 Punkte

Parametrisieren Sie die Mantelfläche des Kegels, der im $\mathbb{R}^3$ entsteht, wenn die Gerade $y = 2x$ für $x \in [0,1]$ um die y-Achse rotiert.

6. Aufgabe 6 Punkte

Sei $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein Vektorfeld mit stetigen zweiten partiellen Ableitungen. Geben Sie an, welche der folgenden Ausdrücke eine skalare Funktion, welche ein Vektorfeld und welche nicht definiert sind.

a) $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{v})$ b) $\operatorname{div}(\operatorname{grad} \vec{v})$ c) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} \vec{v})$
d) $\operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{v})$ e) $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{v})$ f) $\operatorname{grad}(\operatorname{rot} \vec{v})$.