Juli-Klausur
Analysis II für Ingenieure
Lösungen (Verständnisteil)

1. Aufgabe 8 Punkte

A; abgeschlossen
B: beschränkt
C: abgeschlossen
D: offen, beschränkt

2. Aufgabe 8 Punkte

Aus $\left|\frac{x^3\cos y}{x^2+y^2}\right| \leq x$ folgt $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0 = f(0,0)$,
d.h. f ist in $(0,0)$ stetig.
In $(0,0)$ existieren beide partiellen Abeitungen:
$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h,0)-f(0,0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h} = 1.$
$\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{f(0,h)-f(0,0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\frac{0}{h} = 0.$

3. Aufgabe 6 Punkte

Es ist $\int -2x\cos y\,dx = \int x^2\sin y\,dy = x^2\cos y + c, \quad \int 2\,dz = 2z + c$.
Damit ist $f(x,y,z) = -x^2\cos y + 2z$ eine Stammfunktion von $\vec{v}$
Folglich
$\int\limits_{\vec{x}} \vec{v}\cdot\vec{ds} = f(\vec{x}(\frac{\pi}{2})) - f(\vec{x}(0)) = f(0,9,0) - f(4,0,0) = 0-(-16) = 16.$

4. Aufgabe 6 Punkte

Mit dem Satz von Gauß erhält man

$$\iint\limits_{\partial B} \vec{v}\cdot d\vec{O} = \iiint\limits_{B} \mathrm{div}\vec{v}\,dxdydz = \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^{2-2y} 2\,dzdydx = 2\cdot\left[2y-y^2\right]_0^1 = 2.$$

5. Aufgabe 6 Punkte

Eine Parametrisierung ist
$\vec{x}(r,\phi) = \begin{pmatrix} r\cos\phi \\ 2r \\ r\sin\phi \end{pmatrix} \qquad r\in[0,1] \quad \phi\in[0,2\pi]$

6. Aufgabe 6 Punkte

a) Vektorfeld	b) nicht definiert	c) nicht definiert
d) Vektorfeld	e) skalare Funktion	f) nicht definiert