Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2007
Bärwolff, Grosse-Erdmann, Schmies, Trunk 08.10.2007

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	7	Σ

1. Aufgabe 7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin x}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Ist f im Punkt $(0,0)$ stetig?
Existieren die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$?
Ermitteln Sie diese gegebenenfalls.

2. Aufgabe 5 Punkte

Bestimmen Sie für die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = \sin x + \cos y$ alle Richtungen, in denen f im Punkt $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ den Anstieg 1 hat.

3. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $g'(x,y) = (y + \sin x \;\; x + \cos y)$ sowie die Funktion $\vec{h}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\vec{h}(x,y) = (x+y,\ \pi + \sin x)^T$.
Ermitteln Sie für die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f = g \circ \vec{h}$ die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

4. Aufgabe 4 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = (y,\ x-z,\ -y)^T$ und eine beliebige glatte Kurve $\vec{x}$, die auf dem Zylindermantel $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ vom Punkt $(1,\ 0,\ 1)$ zum Punkt $(0,\ 1,\ 2)$ verläuft.
Bestimmen Sie den Wert des Kurvenintegrals $\displaystyle\int_{\vec{x}} \vec{v} \cdot \vec{ds}$.

5. Aufgabe 8 Punkte

Das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ habe das **Vektor**potential $\vec{w}(x,y,z) = (-y,\ x,\ x+y)^T$.
Ermitteln Sie den Wert des Flußintegrals $\displaystyle\iint_S \vec{v} \cdot \vec{dO}$
für die Fläche $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 2,\ z \geq 1\}$.
Hinweis: Wenden Sie einen geeigneten Integralsatz an.

6. Aufgabe 4 Punkte

Parametrisieren Sie die Fläche
$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 + y^2 = (1-z)^2,\ 0 \leq z \leq \frac{1}{2}\}$.

7. Aufgabe 6 Punkte

Berechnen Sie den Wert des Integrals $\displaystyle\iint_B e^{-\frac{x}{y}}\, dxdy$. Dabei sei B der von den Geraden $x = 0$, $y = 2$ und $y = 2x$ eingeschlossene Bereich.
Hinweis: Wählen Sie eine geeignete Integrationsreihenfolge.